

Захаров Кирилл Витальевич 11 класс



Всероссийская олимпиада
школьников по экономике

Региональный этап

2020/2021 год

ЭкМ (М)-01

Первый тур. Тест.

Конкурс
закрасьте кружочек

9 класс
 10 класс
 11 класс

Образец заполнения:

1. 1) 2)
6. 1) 2) 3) 4)
11. 1) 2) 3) 4)
16. _____ 123

$$5+9+15+28=$$
$$=578.$$

Исправления не допускаются

Задание 1

5

- 1.1. 1) 2) +
1.2. 1) 2) +
1.3. 1) 2) +
1.4. 1) 2) +
1.5. 1) 2) +

Задание 2

3 · 3 = 9

- 2.1. 1) 2) 3) 4) +
2.2. 1) 2) 3) 4) +
2.3. 1) 2) 3) 4) +
2.4. 1) 2) 3) 4) -
2.5. 1) 2) 3) 4) -

Задание 3

3 · 5 = 15

- 3.1. 1) 2) 3) 4) -
3.2. 1) 2) 3) 4) +
3.3. 1) 2) 3) 4) +
3.4. 1) 2) 3) 4) -
3.5. 1) 2) 3) 4) +

Задание 4

4 · 7 = 28

- 4.1. 100
4.2. 64
4.3. -0,25
4.4. 20
4.5. 1700

Пометки в квадратах делать запрещено

Захаров Кирилл Витальевич 11 класс



Всероссийская олимпиада
школьников по экономике

Региональный этап ЭКМ (М)-05

2020/2021 год

Второй тур. Задачи

| | |
|--|---|
| Количество задач | 4 |
| Сумма баллов | 120 |
| Время написания | 140 минут |
| Конкурс <small>закрасьте кружочек</small> | <input type="radio"/> 9 класс |
| | <input type="radio"/> 10 класс |
| | <input checked="" type="radio"/> 11 класс |

Используйте для записи решений
только отведенное для каждого задания место.
В случае необходимости попросите дополнительный лист.

Не пишите на листах решений свое имя, фамилию
или другие сведения, которые могут указывать
на авторство работы.

| Задание | 5 | 6 | 7 | 8 | Сумма |
|---------|-----|-----|-----|-----|-------|
| Баллы | 2 | 30 | 27 | 5 | 64 |
| | ЕКМ | ЕКМ | ЕКМ | ЕКМ | ЕКМ |
| | | | | | |

Все поля таблицы заполняются жюри.

Задание 5

а). т.к. каждой фирме безразлично выходить или нет, то прибыль каждой действующей фирмы на рынке равна нулю:

$P_n = 0$. Пусть: n - количество фирм, Q_0' - объём производства одной фирмы, тогда nQ_0' - общий объём производства масок (т.к. фирмы одинаковые их объёму пр-ва равна).

$$Q_0(P) = 40 - P \Rightarrow P = 40 - Q_0 = 40 - nQ_0'$$

$$P_n = P Q_0' - TC = (40 - nQ_0') \cdot Q_0' - Q_0'^2 - 4 = -(n+1)Q_0'^2 + 40Q_0' - 4 = 28.$$

- это парабола с ветвями $\downarrow \Rightarrow \max$ в её вершине:

$$Q_0' = \frac{40}{2(n+1)} = \frac{20}{n+1}$$

Тогда прибыль равна:

$$P_n = -\frac{400}{(n+1)^2} \cdot (n+1) + \frac{800}{(n+1)} - 4 = \frac{400}{n+1} - 4 = 0.$$

$$400 = 4(n+1)$$

$$n = 99 \Rightarrow Q_0 = n \cdot Q_0' = \frac{20}{100} \cdot 99 = 19,8, \quad P = 20,2$$

Ответ: фирм 99; $Q_0 = 19,8$; $P = 20,2$

б) $Q_1(P) = 400 - P$, $n = 99$. Q_1' - объём производства одной фирмы.

т.к. фирмы одинаковые, то общий объём пр-ва $= n \cdot Q_1'$

$$P_n = (400 - 99Q_1')Q_1' - Q_1'^2 - 4 = -100Q_1'^2 + 400Q_1' - 4 - \text{это парабола, ветви } \downarrow, \text{ max - в верш.}$$

$$Q_1' = \frac{400}{200} = 2 \Rightarrow Q_1 = 2 \cdot 99 = 198$$

$$P_1 = 400 - 198 = 202$$

Ответ: $Q_1 = 198$, $P_1 = 202$.

в) P_n каждой фирмы равна 0, пусть n_2 - кол-во фирм на рынке, Q_2' - производство одной, $n_2 Q_2'$ - общее производство. т.к. фирмы одинаковые, каждая производит по Q_2' .

$$P_n = (400 - n_2 Q_2') Q_2' - Q_2'^2 - 4 = -\binom{n+1}{2} Q_2'^2 + 400 Q_2' - 4.$$

- это парабола, ветви $\downarrow \Rightarrow \max$ в её вершине:

$$Q_2' = \frac{400}{2 \binom{n+1}{2}} = \frac{200}{\binom{n+1}{2}}$$

$$P_n = -\frac{200^2}{\binom{n+1}{2}} + \frac{400 \cdot 200}{\binom{n+1}{2}} - 4 = 0$$

$$\frac{200^2}{\binom{n+1}{2}} = 4$$

$$\binom{n+1}{2} = \frac{200^2}{4} = 10000$$

$$n = 9999, \Rightarrow Q_2' = \frac{200}{10000} = 0,02 \Rightarrow Q_2 = 1,99,98.$$

$$P_2 = 200,02$$

Ответ: Q_2 $n_2 = 9999$; $Q_2' = 1,99,98$; $P_2 = 200,02$.

Задание 6

а) прибыль фирмы равно: $Q_d = 15 - P \Rightarrow P = 15 - Q$
 $P_r = 0,8(PQ - TC) = (15 - Q)Q - 5Q = (15Q - Q^2 - 5Q) = (-Q^2 + 10Q)$. Это парабола
 ветви $\downarrow \Rightarrow \max$ - в вершине: 66

$$Q = \frac{10}{2} = 5.$$

Тогда прибыль будет равна: $(-25 + 50) \cdot 0,8 = 20$, а до уплаты: 25
 Ответ: $P_r = 20$

б) с учетом этого пункта получаем, что фирма должна максимизировать следующую величину:

$$P_r = 0,8(PQ - TC - x) + x - 0,01x^2 = 0,8(PQ - TC) + 0,2x - 0,01x^2.$$

Заметим, что величину $0,8(PQ - TC)$ мы уже посчитали в п. а) и она равна 20. Заметим также, что фирма не может брать $x > PQ - TC$, так как $PQ - TC$ - это её прибыль до уплаты налогов. Таким образом $x \leq 25$.

Рассмотрим функцию:

$P_r = 20 + 0,2x - 0,01x^2$ - это парабола, ветви $\downarrow \Rightarrow \max$ в её вершине \Rightarrow

$$\Rightarrow x = \frac{0,2}{0,02} = 10 < 25 - \text{подходит.}$$

Таким образом, прибыль фирмы:

$$P_r = 20 + 2 - 1 = 21$$

Ответ: 21 + 25

в) Пусть: t^* - налог, накладываемый на фирму. Пусть: $P_{r0} = PQ - TC = 25$ - начальная прибыль (т.е. без уплаты налогов и без использования скидки). Заметим, что P_{r0} задана и никак не меняется (т.к. все наши манипуляции с налогом затрагивают только её конечную величину). Таким образом, гос-во максимизирует величину:

$$T = t^* \cdot (P_{r0} - x) = t^*(25 - x)$$

А фирма:

$$P_r = (1 - t^*)(P_{r0} - x) + x - 0,01x^2 = (1 - t^*)(25 - x) + x - 0,01x^2$$

Фирма заранее знает величину t^* , поэтому мы считаем t^* заданной для фирмы:

$$P_r = (1-t^*)(25-x) + x - 0,01x^2$$

$$25-x - 25t^* + t^*x - 0,01x^2 \rightarrow \max \text{ (относительно } x)$$

это парабола ветви $\downarrow \Rightarrow \max$ в вершине:

$$x = \frac{t^*}{0,02}$$

по гос-во, зная это, находит оптимальное t^* :

$$(47t^*) T = t^* \left(25 - \frac{t^*}{0,02} \right) = 25t^* - \frac{t^{*2}}{0,02} \text{ - парабола, ветви } \downarrow \Rightarrow$$

$$\max \text{ в её вершине: } t^* = \frac{25}{\frac{2}{0,02}} = 25 \cdot 0,01 = 0,25 \Rightarrow$$

если же в процентах, то: $t^*(\%) = 25\%$

Ответ: 25%

125
= 308.

Задание 7

а) воспользуемся формулой:

$$Y = C + I + G + X_n \quad 4$$

$$Y = 10 + \frac{2}{3}(Y - tY) + 40 + G$$

$$Y = 10 + \frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}Y\right) + 40 + G$$

$$Y = 10 + \frac{1}{2}Y + 40 + G$$

д) если мы хотим, чтобы $Y = Y^* \approx 300$:

$$300 = 10 + 150 + 40 + G \Rightarrow G = 100 \quad 4 \text{ (в этом случае баланс бюджета}$$

$$\text{бюджет: } \frac{1}{4}Y - 100 = -25).$$

е) если мы хотим, чтобы баланс бюджета ^{был} равен 0:

$$G = \frac{1}{4}Y:$$

$$Y = 10 + \frac{1}{2}Y + 40 + \frac{1}{4}Y \quad 4$$

$$\frac{1}{4}Y = 50 \Rightarrow Y = 200. \Rightarrow G = 25 \quad 3$$

Ответ: 1) $G = 100 \Rightarrow Y^* = Y$; 2) баланс = 0 $\Rightarrow G = 25$.

8 б.

б) для начала посмотрим, что будет, если баланс положительный. В этом случае $s > 0 \Rightarrow L = (Y - Y^*)^2$. Мы хотим уменьшить величину L , ~~то~~ мы будем увеличивать Y , пока наш баланс не станет равен 0. Тогда $L \geq 100^2$. В случае, если $s \leq 0$. Что будет если наш Y будет больше Y^* ? Тогда мы можем уменьшить наш Y таким образом, величина $(Y - Y^*)^2 \downarrow$ и $s \downarrow \Rightarrow$ мы уменьшаем L . Получаем что $Y \in [200; 300]$

С учётом этого и будем решать задачу (т.е. $s \neq 0$):

$$L = (Y - Y^*)^2 + 4s^2 = (100 + 2G - 300)^2 + 4\left(G - \frac{1}{4}Y\right)^2 = (2G - 200)^2 +$$

$$Y = 10 + \frac{1}{2}Y + 40 + G \Rightarrow \boxed{Y = 100 + 2G} + 4\left(\frac{G}{2} - 25\right)^2 = (2G - 200)^2 +$$

$$+ (G - 50)^2 =$$

$$= 4G^2 - 800G + 200^2 + G^2 - 100G + 50^2 = 5G^2 - 900G + 200^2 + 50^2 \rightarrow \min$$

Это парабола, ветви $\uparrow \Rightarrow \min$ в её вершине!

$$G = \frac{900}{10} = 90.$$

$$Y = 280$$

Ответ: 90.

Задание 8

$$b) \begin{cases} y_1 = 4 - x_1^2 \\ y_2 = 2 - \frac{x_2^2}{8} \end{cases} \oplus \checkmark$$

$$y_1 + y_2 = 6 - \frac{x_1^2}{8} - \frac{x_2^2}{8} \checkmark$$

Мы хотим $\max y_1 + y_2 = y$, при фиксированном $x = x_1 + x_2$:
 $x_1 = x - x_2$

$$y_1 + y_2 = 6 - (x - x_2)^2 - \frac{x_2^2}{8} = 6 - x^2 + 2xx_2 - x_2^2 - \frac{x_2^2}{8} = 15.$$

$$= -\frac{9x_2^2}{8} + 2xx_2 + 6 - x^2 \rightarrow \max$$

x и y нас зафиксированы \Rightarrow мы должны найти оптимальный x_2 . Это парабола ветви $\downarrow \Rightarrow$ \max в её вершине: 15.

$$x_2 = \frac{2x \cdot 4}{9} = \frac{8x}{9}$$

$$y = y_1 + y_2 = \frac{8}{9} \cdot \frac{8x}{9} \cdot x + \frac{2 \cdot 8}{9} x^2 + 6 - x^2 = -\frac{1}{9} x^2 + 6 \Rightarrow y = -\frac{1}{9} x^2 + 6$$

a) $x = 3 \Rightarrow y = -1 + 6 = 5$. Ответ: 5 метров \checkmark 15.

b) $x = 5 \Rightarrow y = -\frac{25}{9} + 6 = \frac{29}{9}$. Ответ: $\frac{29}{9}$ метров 05.

b) $y = -\frac{1}{9} x^2 + 6$ 5.

Задание

