

СМОРОДИНОВ А.Р. И КЛАСС

Шифр

И(11)-07

№ задания	1	2	3	4	5	Общий балл	Подпись жюри
Первая проверка	7	4	7	0	0	18	
Вторая проверка	7	4	7	0	0	18	

Подпись председателя жюри

11.1 Известно, что каждый рыцарь всегда говорит правду, значит оба его высказывания о его загаданном числе будут правдивыми. В совокупности каждый рыцарь говорит: "мое число больше  $k$ , но меньше  $n$ ", отсюда, очевидно,  $k < n$ ;  ~~$k < n$~~

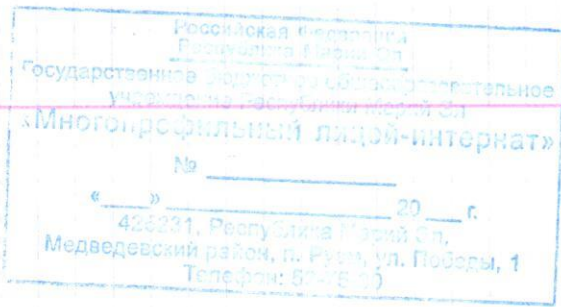
Также из условия видно, что  $k \in [1; 10]$ ,  $n \in [1; 10]$ , значит, каждый рыцарь загадал число из промежутка от 1 до 10. Заметим, что число рыцаря не может быть равно границам промежутка, т.к. оно всегда больше 1, но меньше 10. Иначе рыцарь бы собрал. Следовательно среди данных 10 человек не более 8 рыцарей.

Построим пример для 8 рыц. и 2 жевов

"номер" человека	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
первая фраза	>1	>2	>3	>4	>5	>6	>7	>8	>9	>10
число	2	3	4	5	6	7	8	9	1	10
вторая фраза	<3	<4	<5	<6	<7	<8	<9	<10	<1	<2
	рыцари							жевы		

Ответ: 8 рыцарей.





лс 11.2

$$x^2 + ax + b \quad (1)$$

$$x^2 + ax + b + 1 \quad (2)$$

$$x^2 + ax + b + 2 \quad (3)$$

Назовем дискрими. 1, 2 и 3 трехчлена  $D_1, D_2$  и  $D_3$  соответственно.

$$D_1 = a^2 - 4b \geq 0$$

$$D_2 = a^2 - 4b - 4 \geq 0$$

$$D_3 = a^2 - 4b - 8$$

$D_1 \geq 0$ , но 3-ий трехчлен не имеет корней ( $D_3 < 0$ ).

Рассмотрим  $D_1$  и  $D_2$ . Они оба неотри-

цательны и являются полными квадратами, т.к.

1 и 2 трехчлены имеют хотя бы по одному целому корню. Заметим также, что они отличаются друг от друга на 4, но не существует таких квадратов, разность между которыми была бы равна 4.

Значит, либо  $D_1$ , либо  $D_2$  равняется 0. ???

Рассмотрим  $D_3$  в обоих этих случаях

$$\begin{cases} a^2 = 4b \quad (1) \\ a^2 = 4b + 4 \quad (2) \end{cases}$$

1)  $a^2 = 4b$

$$D_3 = 4b - 4b - 8 = -8 < 0$$

корней нет

2)  $a^2 = 4b + 4$

$$D_3 = 4b + 4 - 4b - 8 = -4 < 0$$

корней нет.

Итак, в обоих возможных случаях  $D_3$  отрицательный, значит 3 трехчлен корней не имеет. з.т.д.

Российская Федерация  
 Республика Марий Эл  
 Государственное надзорное ведомство  
 уполномоченное на Республику Марий Эл  
 «Многопрофильный лицей-интернат»  
 № \_\_\_\_\_  
 425231, Республика Марий Эл,  
 Медведевский район, п. Руом, ул. Победы, 1  
 Т.А.К. Телефон: 83-75-31

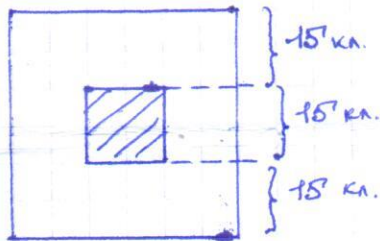


№1.3

Каждая отмеченная клетка закрывает возможность отметить другие клетки на расстоянии 15 вокруг неё. (\*)

Также заметим, что соседних по вершине отмеченных клеток не более 15. Исходя из этого наибольшим квадратом, клетки которого отмечены, будет квадрат со стороной 15. Тогда, учитывая утверждение (\*), каждая клетка этого квадрата "покрывает" все клетки на расстоянии 15 от неё.

Получаем следующую картину:



Заштрихованная область - отмеченные клетки.

"Белые" клетки - клетки, для которых есть пара из заштрихованн. обл. на расстоянии 15.

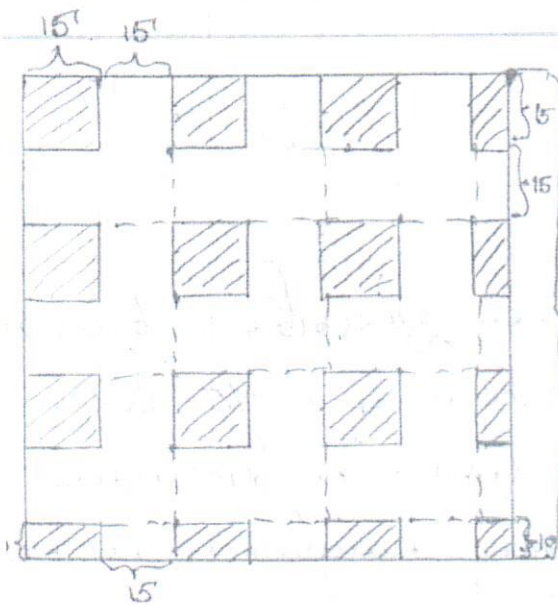
Заметим, что если рядом поставить такой же квадрат, то их "белые" области клеток могут совпадать.

Тогда минимальным расстоянием м/д двумя заштрихованными областями будет, очевидно 15.

Таким образом в квадрат 100x100 можно поместить не более 9 целых заштрих. квадратов.

Вот таким образом:





Остаток две стороны 100x10, которые мы также заполнили частями заштрихованных квадрата, совмещая "белые" области.

100x10 = 1000

Итого клеток:

$$1) 15 \cdot 15 \cdot 9 = 2025$$

$$2) 6 \cdot 150 = 900$$

$$3) 10 \cdot 10 = 100$$

$$\Sigma = 1000 + 2025 = 3025$$

Ответ: 3025 клеток.

Российская Федерация  
Республика Марий Эл  
Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Республики Марий Эл  
«Многопрофильный лицей-интернат»  
№ \_\_\_\_\_  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
425231, Республика Марий Эл,  
Медведевский район, п. Руэм, ул. Победы, 1  
Телефон: 53-75-30

Шифр <u>111106</u>							
№ задания	1	2	3	4	5	Общий балл	Подпись жюри
Первая проверка	7	5	0	0	0	12	
Вторая проверка	7	5	0	0	0	12	
Подпись председателя жюри							

11.6

$$a, a+1, a+2, a+3, \quad a > 100$$

Очевидно, что среди 4 подряд идущих чисел 2 четных и два нечетных, причём они чередуются.

Возможны два случая:

$$1) \quad a - \text{четное} \Rightarrow (a+1) \text{ и } (a+3) - \text{нечет.} \\ (a+2) - \text{чет.}$$

Тогда сумма  ~~$a + (a+1) + (a+2) = 3a+3$~~

$$(a+1) + (a+2) + (a+3) = 3a+6 = 3(a+2) = 3 \cdot 2 \cdot \frac{a+2}{2};$$

3, 2 и  $\frac{a+2}{2}$  - различные натур. числа, т.к.  $\frac{a+2}{2} > 51 \neq 2, \neq 3$ .

$$2) \quad a - \text{нечет} \Rightarrow (a+2) - \text{нечет} \\ (a+1) \text{ и } (a+3) - \text{чет.}$$

Тогда сумма  $a + (a+1) + (a+2) = 3a+3 = 3(a+1) = 3 \cdot 2 \cdot \frac{a+1}{2};$

3, 2,  $\frac{a+1}{2}$  - различные натур. числа, т.к.  $\frac{a+1}{2} > 50 \neq 3, \neq 2$ .

z.m.g.



11.7.

$$x_1, x_2, x_3 \dots ; x_n = 2^n (\sqrt[n]{a} - 1), a > 0, a \neq 1.$$

Докажем, что послед. убывает по индукции.

1. База  $n=2$

$$x_2 = 4 (\sqrt[4]{a} - 1)$$

$$x_1 = 2 (\sqrt{a} - 1)$$

$$x_1 - x_2 = 2(\sqrt{a} - 1) - 4(\sqrt[4]{a} - 1)$$

Пусть  $\sqrt[4]{a} = t, t > 0, t \neq 1$

$$x_1 - x_2 = 2(t^2 - 1) - 4(t - 1) = 2t^2 - 2 - 4t + 4 = 2t^2 - 4t + 2 = 2(t - 1)^2;$$

$$(t - 1)^2 > 0, \text{ т.к. } t \neq 1 \Rightarrow x_1 - x_2 > 0; \text{ посл. убывает, верно.}$$

2. Пусть верно для  $n=k$

$$x_k = 2^k (\sqrt[k]{a} - 1)$$

$$x_{k-1} = 2^{k-1} (\sqrt[k-1]{a} - 1)$$

$$x_{k-1} - x_k = 2^{k-1} (\sqrt[k-1]{a} - 1) - 2^k (\sqrt[k]{a} - 1) > 0$$

3. Докажем для  $n=k+1$

$$x_k = 2^k (\sqrt[k]{a} - 1)$$

$$x_{k+1} = 2^{k+1} (\sqrt[k+1]{a} - 1)$$

$$x_k - x_{k+1} = 2^k (\sqrt[k]{a} - 1) - 2^{k+1} (\sqrt[k+1]{a} - 1);$$

Пусть  $\sqrt[k+1]{a} = m, m \neq 1, m > 0$

$$2^k (m^2 - 1) - 2^{k+1} (m - 1) = 2^k m^2 - 2^k - 2 \cdot 2^k m + 2 \cdot 2^k =$$

$$= 2^k m^2 - 2 \cdot 2^k m + 2^k = 2^k (m - 1)^2 > 0, \text{ т.к. } 2^k > 0, m \neq 1$$

з.м.г.

верно для любого  $n$ .

где использовалось предположение индукции ???

Российская Федерация  
Республика Марий Эл  
Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Республики Марий Эл  
«Многопрофильный лицей-интернат»  
№ \_\_\_\_\_  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
425231, Республика Марий Эл,  
Медведевский район, п. Рузм, ул. Победы, 1  
Телефон: 53-75-30

Рассмотрен случай:  $BD = BE = EC$  тогда  $A, P, O_3$  - лежат на одной прямой.

• Рассмотрим окр. с центром в т.  $O_1$ :

По свойству сек:  $AD \cdot AB = AP \cdot AO_3$

• Рассмотрим окр. с центром в т.  $O_2$ :

По свойству сек.  $AE \cdot AC = AP \cdot AO_3$ ;  
∴

$$AD \cdot AB = AE \cdot AC$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}, \angle A - \text{общий} \Rightarrow \triangle BAE \sim \triangle CAD$$

$$\frac{BE}{CD} = \frac{AB}{AC}; \quad \left[ \begin{array}{l} EC = BC = BD = x \\ \frac{AD}{AE} = \frac{AE + EC}{AD + BD} = \frac{AE + x}{AD + x} \end{array} \right]$$

$$AE^2 + AE \cdot x = AD^2 + AD \cdot x$$

$$(AD - AE)(AE + AD) = x(AD - AE)$$

$$AE^2 - AD^2 = ADx - AEx$$

$$(AE - AD)(AE + AD) = x(AD - AE)$$

$$(AE - AD)(AE + AD + x) = 0; \quad \boxed{AE = AD}$$

$$AB = AC$$

∴  $BP = PC \Rightarrow \triangle BDP = \triangle CEP \Rightarrow$  их высоты равны, а значит т.  $P$  равноудалена от сторон  $AB$  и  $AC \Rightarrow AO_3$  - биссектр.

•  $AH \perp BC$ , т.к.  $AH$  - медиана, биссектр., высота

$O_3H_1 = O_3H_2$ , т.к.  $AH$  - бисс.

Тогда  $\triangle BO_3D = \triangle CO_3E$ , тогда  $BO_3 = CO_3$ ;

$$\triangle DO_3B = \triangle CO_3B$$

$BO_3$  - общая

$$DB = BC$$

$$\angle DBO_3 = \angle CBO_3$$

$$\Rightarrow H_1O_3 = O_3H = O_3H_2$$

∴  $O_3$  - равноуд. от сторон и является центром впис. окр.

Н.8

