

Шифр	М(10)-2						
№ задания	1	2	3	4	5	Общий балл	Подпись жюри
Первая проверка	7	7	2	1	0	17	
Вторая проверка	7	7	2	1	0	17	
Результат	7	7	0	1	0		
Подпись председателя жюри							

№1

Заметим, что в первой серии высказываний есть такое:
 "Мне было больше 10", ~~но не~~ Это высказывание удовлетворяет
 всем высказываниям второй серии: у всех меньше 10

удовлетворяет минимум 1 человеку

рыцарей не больше 9

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	← номер человека
1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	9	← задуманное число
>1	>2	>3	>4	>5	>6	>7	>8	>9	>10	← высказывание в 1-й раз
<2	<3	<4	<5	<6	<7	<8	<9	<10	<11	← высказывание во 2-ой раз
Ⓟ	Ⓟ	Ⓟ	Ⓟ	Ⓟ	Ⓟ	Ⓟ	Ⓟ	Ⓟ	Ⓟ	← статус (рыцарь/ложь)

Вот пример когда 9 человек (рыцарей) не противоречат
 своим высказываниям и 1 человек (ложь) противоречит

Ответ: максимум 9 рыцарей среди этих 10 человек

№ _____ 20 ____ г.
425231, Республика Марий Эл,
Медведевский район, п. Руэм, ул. Победы, 1
Телефон: 53-75-30

Пусть a, b, c, d стороны четырехугольника
Пусть для определенности ~~большее~~
 $a \geq b \geq c \geq d \neq 0$

$$b+c+d : a$$



$$b+c+d = ka, \text{ где } k \text{ натуральное число}$$

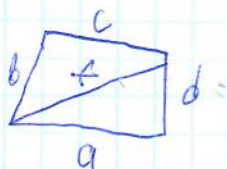


$$P = ab + cd = a + ka = a(k+1) = 10^{100}$$

$$\begin{cases} 0 \leq b \leq a \\ 0 < c \leq a \\ 0 < d \leq a \end{cases} \Leftrightarrow b+c+d \leq 3a$$

$$\Downarrow$$

$$k \leq 3$$



$$\begin{matrix} b+c > f \\ f+d > a \end{matrix} \text{ (неравенство } \triangle) \Leftrightarrow \begin{cases} b+c+d > f+d \\ f+d > a \end{cases} \Rightarrow b+c+d > a$$



$k > 3$?

☞

$$a < k \leq 3a$$

$$k = 2 \text{ или } 3$$

или так $a(k+1) = 10^{100}$

Предположим $k=2$
или, что

$$3a = 10^{100}$$

a - натуральное число

$$10^{100} : 3$$

$\Rightarrow$ противоречие



$$k=3$$

☞

$$4a = 10^{100}$$

$10^{100} : 4$ - не делится

$$d+b+c=3a$$

$$d \leq a$$

$$b \leq a$$

$$c \leq a$$

$\Rightarrow$ тогда получаемся случаи ~~$a=b=c=d$~~

$$b=0$$

$$c \leq d \leq a$$

$$c \leq a$$

$$a=b=c=d$$

$\downarrow$

данный четырехугольник выпуклый
с равными сторонами

$\downarrow$
окружность

Умд
~~143~~

№10,3

Иррациональное число имеет вид

~~$a_1 + a_2 \sqrt{b_2} + a_3 \sqrt{b_3} + \dots + a_n \sqrt{b_n}$~~

$$a_1 + a_2 \sqrt{b_2} + a_3 \sqrt{b_3} + \dots + a_n \sqrt{b_n}$$

где a_n - рациональные числа, а b_n - действительные

Чтобы ~~число~~ сумма двух иррациональных чисел

была равна действительному нужно убрать корни $\Rightarrow$

в каждом числе (ирр.-ой) суммы должны быть все одни и те же корни с одинаковыми выражениями, но при этом с одинаковыми по модулю, но разными по знаку, коэффициентами перед этими корнями, т.е.

$$\begin{cases} m + a_2 \sqrt{b_2} + a_3 \sqrt{b_3} + \dots + a_n \sqrt{b_n} \\ k - a_2 \sqrt{b_2} - a_3 \sqrt{b_3} - \dots - a_n \sqrt{b_n} \end{cases}$$

так - действительные числа

В одной строке стоят именно такие числа

с наборами коэф. разных по знаку

Видим число $x_1 = y_1 + A$, где y - ~~число~~ действительное число, а A - сумма всех корней

Ему соответствует число $x_2 = y_2 - A$ в этой же строке, но 1-ой строке

~~x_1~~

Число x_2 есть и в первой строке, найдем его

Ему соответствует ~~число~~ либо еще независимое число, либо число x_1

$$(x_i = y_i + A)$$

$\Rightarrow$ таким образом образуется группа, где каждая строка соответствует группе с одинаковыми корнями (A), но

$$\begin{matrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_2 & x_3 & \dots & x_1 \end{matrix}$$

разные знаки

Если соединить стрелками

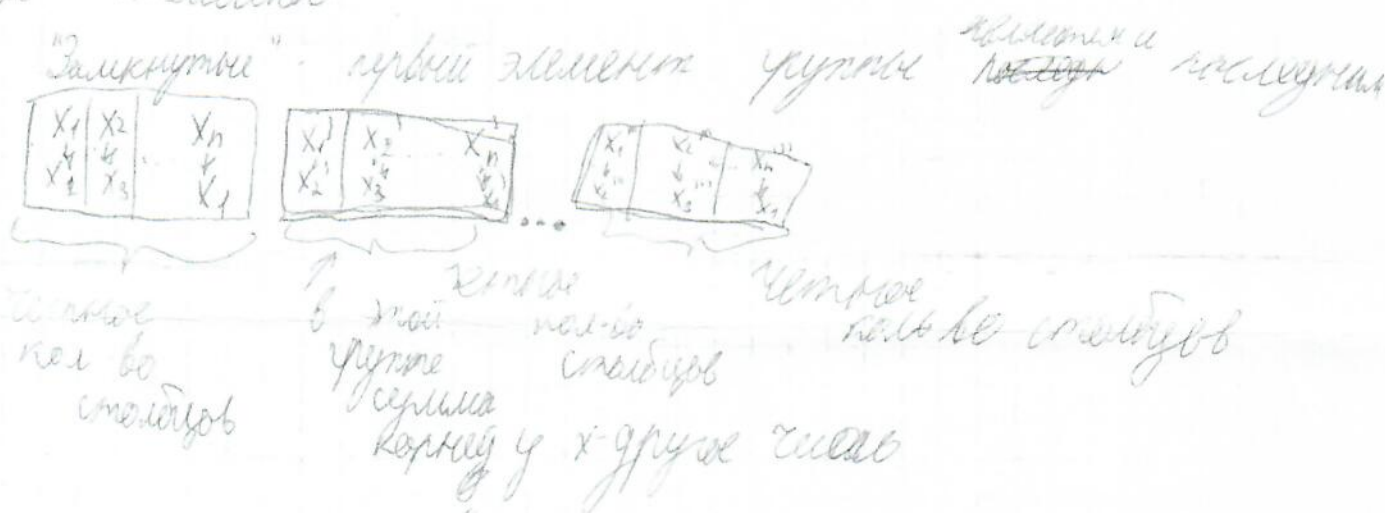


стрелка по факту является столбцом, что составляет два числа с разными по знаку $\pm$

противоположная группа, то можно прийти к выводу, что так, как знаки перед A противоположны, а группа замкнута на первом элементе

В группе "столбец" как во столбце

то есть матрицу 2×2019 можно представить в виде нескольких групп "замкнутых" столбцов из 2019 чисел столбцов



Столбцов может быть столько, сколько чисел, и столбцов всего 2019 (каждое число соответствует группе)

Получу в каждом столбце из 2019 чисел 2019 столбцов

пример

53	53	55	55
53	53	55	55

ответ: 208

Структурируя два столбца в одну группу, делаем все такие группы в каждой из которых все большее число столбцов равных чисел в одной строке не будет, $0 \leq \text{столбец}$

М/10/-2

1/10/11

$$P_n(x) = x^{2n} + a_1 x^{2n-2} + a_2 x^{2n-4} + \dots + a_n$$

$$\begin{cases} P_n(0) = 0 \\ n \geq 2018 \end{cases}$$

Получается, что

$$P_{n+1}(x) = P_n(x)x^2 + a_{n+1}$$

Предположим, что при $n \geq 2018$ ~~$a_i = a_{i+1}$~~ $a_i = a_{i+1}$

$$P_{i+1}(x) = P_i(x)x^2 + a_{i+1}$$

$$\begin{cases} P_i(x) = P_{i-1}(x)x^2 + a_i \\ P_i(a_{i+1}) = 0 \\ P_{i-1}(a_i) = 0 \\ a_i = a_{i+1} \end{cases} \Rightarrow$$

$$P_i(a_{i+1}) = P_{i-1}(a_i) = P_{i-1}(a_i)a_i^2 + a_i = 0$$

$$P_{i-1}(a_i)a_i^2 + a_i = 0$$

и

$$a_i = 0$$

a_i не может быть 0

видимые друг за другом ~~противоречие~~ a_n при $n \geq 2018$ не могут быть равны друг другу

Почему считаем $a_{i+1} < a_i$, а не $a_{i+1} > a_i$

$$P_n(x) = (x-a_1) \dots (x-a_{n+1})$$

Это какой-то пример

a_n - есть произведение всех корней

a_{n+1} - наименьший корень ~~у~~ $P_n(x)$

$$a_n \geq a_{n+1}$$

Но было уже показано, что

$$a_n \neq a_{n+1}$$

$$a_n > a_{n+1}$$

Итак после $n \geq 2018$ могут существовать

такой a_n $\Leftarrow$ существует пример: $a_n > a_{n+1}$

Российская Федерация
Республика Марий Эл
Государственное бюджетное общеобразовательное
учреждение Республики Марий Эл
«Многопрофильный лицей-интернат»
№ _____
« ____ » _____ 20 ____ г.
425231, Республика Марий Эл,
Медведевский район, п. Руэм, ул. Победы, 1
Телефон: 53-75-30

Шифр

М/10)-09

№ задания	1	2	3	4	5	Общий балл	Подпись жюри
Первая проверка	6	7	8	9	10	14	
Вторая проверка	7	7	0	0	0	14	

Подпись председателя жюри

№0.6

Пусть первое число n , тогда:

второе - $n+1$

третье - $n+2$

четвертое - $n+3$, где $n > 100$

1. n - может быть или четным или нечетным
предположим, что n - четное

$$\underbrace{n}_{\text{нечет}} + \underbrace{(n+1)}_{\text{чет}} + \underbrace{(n+2)}_{\text{нечет}} = 3n+3 \div 3$$

$\Rightarrow$ сумма - чет

$$\text{число } (n+1) + (n+2) + (n+3) \div 2 \div 3$$

представим эту сумму в виде

$$(n+1) + (n+2) + (n+3) = 2 \cdot 3 \cdot K, \text{ где } K - \text{натуральное}$$

$$n+1 > 100$$

$$n+2 > 100 \Rightarrow \text{сумма} \geq 300$$

$$n+3 > 100$$

$$2 \cdot 3 \cdot K > 300$$

$$K > \frac{300}{6} = 50$$

$$K > 50 \Rightarrow K \neq 2; K \neq 3$$

сумму $(n+1) + (n+2) + (n+3)$, если n четное, можно представить в виде произведения $2 \cdot 3 \cdot K$ $K > 3 > 2 > 1$

2. Если n - нечетное, то

$$n + (n+1) + (n+2) = 3n+3 \div 3$$

Нечет + чет + чет = сумма чет $\Rightarrow$ число $n + (n+1) + (n+2) \div 2 \div 3$

И $n > 100$ представим число

$n + (n+1) + (n+2)$ в виде произведения 2, 3 и m , где

m натуральное число, $m \neq 2, 3$

$$n + (n+1) + (n+2) = 2 \cdot 3 \cdot m$$

$$n > 100$$

$$n+1 > 100 \Rightarrow 2 \cdot 3 \cdot m > 300$$

$$n+2 > 100$$

$$m > 50$$

$$\begin{array}{c} \text{И} \\ m \neq 2 \neq 3 \\ m \in \mathbb{N} \end{array}$$

сумму $n + (n+1) + (n+2)$ можно представить в виде произведения $2 \cdot 3 \cdot km$, где $2 \neq 3 \neq km$ и $2, 3, km \in \mathbb{N}$
 $km > 2 > 1$

можно видеть при этом сумма
которая представляется в виде
произведения трех различных
натуральных чисел, больше,
Итак

№10,7

$$b > a > 1$$

~~$$2^{i+1} \sqrt{b} > 2^{i+1} \sqrt{a}$$~~

$$b > a > 1$$

$$2^{i+1} \sqrt{b} > 2^{i+1} \sqrt{a}$$

~~если вычитать знак~~
~~не изменяется~~
~~и- натуральное~~
~~число~~

$$2^{i+1} \sqrt{b} - 1 > 2^{i+1} \sqrt{a} - 1$$

$$2^{i+1} \sqrt{b} > 1, \text{ т.к. } b > 1 \quad 2^{i+1} \sqrt{a} > 1, \text{ т.к. } a > 1$$

$$2^{i+1} \sqrt{b} - 1 > 2^{i+1} \sqrt{a} - 1 > 0$$

$$(2^{i+1} \sqrt{b} - 1)^2 > (2^{i+1} \sqrt{a} - 1)^2$$

при возведении в квадрат знак не изменится

$$2^i \sqrt{b} - 2^{i+1} \sqrt{b} + 1 > 2^i \sqrt{a} - 2^{i+1} \sqrt{a} + 1$$

$$2^i \sqrt{b} - \sqrt{a} > 2^{i+1} \sqrt{b} - 2^{i+1} \sqrt{a}$$

$$2^i > 0 \Rightarrow$$

$$2^i (\sqrt{b} - \sqrt{a}) > 2 \cdot 2^i (\sqrt{b} - \sqrt{a})$$

$$2^i (\sqrt{b} - \sqrt{a}) > 2^{i+1} (\sqrt{b} - \sqrt{a})$$

$$x_i > x_{i+1}$$

(увеличение индекса x_n уменьшает)

$$x_1 > x_2 > x_3 > x_4 > \dots$$

Итого

МР101-09

№10,9

0 *из*

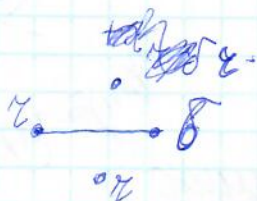
Для $n=4$ число хороших раскрасок равно ~~10~~ 12



$$2 \cdot 2 = 4$$

но черные и белые могут поменяться местами

8



2 варианта

но γ и δ

могут поменяться местами

$8 + 4 = 12$ для $n=4$
хороших раскрасок

Предположение индукции:
Пусть при $n \geq 4$ число хороших раскрасок равно

$$P(n) = \frac{2^{n-4} n! 12}{4!} = \frac{2^{n-5} n!}{1} ?$$

1. Без $n=5$ кол-во раскрасок равно 12 (верно) $2^{4-5} \cdot 4! \cdot 3 \cdot 2 = 11$

$$P(5) = \frac{2^{5-4} (5-1)!}{1} = 4 \cdot 4! = 4 \cdot 24 = 96$$

$$P(4) = \frac{2^{4-4} (4-1)!}{1} = 1 \cdot 3! = 6$$

$12 = 12$ - верно

2. Шаг индукции Пусть это верно для k проверим для $k+1$



к-угольник

~~К-угольник разбит на (k-2) треугольников~~

к-1 угольник представим в

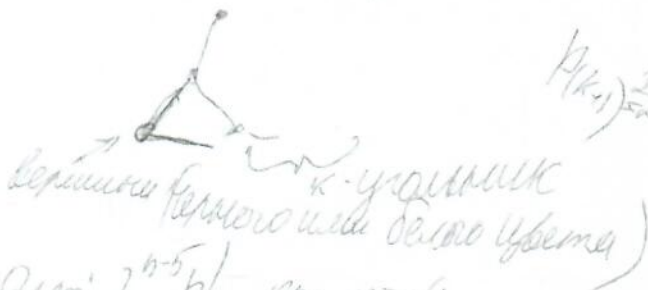
виде к-угольника и суммы
~~то можно сделать с помощью~~ точки соединенной с ней

т.к. одна точка отделяет от всех, точек
из которых можно сделать ~~к-угольник~~ k -угольник
 $k+1-1 \leq k$ всего $k-1$ точек



Можно сделать $k+1$ k -угольников

(которая) одна точка соединяется с какими-то двумя
на предыдущих k -угольниками соседними точками
и может иметь два цвета, т.к.
~~эта точка не~~



Ответ: $2^{n-5} n!$ при $n \geq 4$

всего раскрасок 2^n

$$2^{n-5} n! > 2^n$$

$$n \geq 5$$

$\Rightarrow$ $k+1$ -шест столько
не может быть
угольников в $2^k(k+1)$
 $P(k) = 2^{k-1} n$ вершины
 $(k+1)!$

$\Rightarrow$ верно
для любого n