Министерство образования и науки Республики Марий Эл
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Республики Марий Эл
«Йошкар-Олинский техникум сервисных технологий»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для студентов по выполнению практических работ по дисциплине
ОДп.01 Математика

- Элементы теории множеств и математической логики
- Развитие понятия о числе
- Корни, степени и логарифмы

39.02.01 Социальная работа
43.02.12 Технология эстетических услуг
43.02.13 Технология парикмахерского искусства
46.02.01 Документационное обеспечение управления и архивоведения

2022 г.

РАССМОТРЕННО
на заседании ПЦК общеобразовательных дисциплин и дисциплин направления «Социальная работа»
Председатель ПЦК ____ / В.Н. Петрова/
Протокол №1 от «31» 08 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора по УР
________/Н.П. Житомирова /
«31» 08 2022г.

Составители: Степанова О.И., преподаватель ГБПОУ Республики Марий Эл «ЙОТСТ»

Рецензенты:
1) Николаева Е.А., преподаватель высшей квалификационной категории ГБПОУ Республики Марий Эл «ЙОТСТ», методист.
2) ____________________________________

Методические указания для студентов по выполнению практических работ. Элементы теории множеств и математической логики. Развитие понятия о числе. Корни, степени и логарифмы

Изложен ход практических работ, приведены задания для выполнения практических работ, контрольные вопросы, справочный материал, план отчета. Указания приведены для выполнения практических работ по разделам «Элементы теории множеств и математической логики», «Развитие понятия о числе» и «Корни, степени и логарифмы». Методические указания предназначены в первую очередь для студентов, а также преподавателей учреждений среднего профессионального образования.

Содержание

Введение 4
1. Указания к выполнению практических работ ....
2. Правила выполнения работы....10
3. Критерии оценки 10
4. Методические указания к выполнению практических работ....11
Практическая работа №1 Операции над множествами....11
Практическая работа №2 Вычисление и преобразование выражений, содержащих действительные числа 13
Практическая работа №3 Действия с комплексными числами....14
Практическая работа №4 Решение алгебраических уравнений 15
Практическая работа №5 Решение систем линейных алгебраических уравнений и неравенств....16
Практическая работа №6 Решение текстовых задач на проценты и смеси 18
Практическая работа №7 Решение текстовых задач на движение....20
Практическая работа №8 Преобразование выражений, содержащих корни 22
Практическая работа №9 Преобразование выражений, содержащих степени с рациональным показателем 23
Практическая работа №10 Определение свойств и построение графиков степенной функции 26
Практическая работа № 11 Показательные уравнения и неравенства 28
Практическая работа №12 Системы показательных уравнений и неравенств 32
Практическая работа №13 Решение показательных уравнений и неравенств с преобразованием....33
Практическая работа №14 Вычисление и сравнение логарифмов....35
Практическая работа №15 Логарифмические уравнения и неравенства 37
Практическая работа № 16 Решение логарифмических уравнений и неравенств с преобразованием....38
Список рекомендуемой литературы 44

Введение

Настоящие методические указания составлены в соответствии с рабочей программой по общеобразовательной дисциплине ОДп.01 Математика для студентов специальностей социально-экономического профиля: 39.02.01 Социальная работа, 43.02.12 Технология эстетических услуг, 43.02.13 Технология парикмахерского искусства 46.02.01 Документационное обеспечение управления и архивоведение. Программа общеобразовательной учебной дисциплины «Математика» предназначена для организации занятий по математике в профессиональных образовательных организациях, реализующих образовательную программу среднего общего образования в пределах освоения основной профессиональной образовательной программы СПО (ОПОП СПО) на базе основного общего образования при подготовке квалифицированных рабочих, служащих и специалистов среднего звена.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся **должен научиться**:

П1 - свободно оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;

П2 - задавать множества перечислением и характеристическим свойством;

П3 - оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;

П4 - проверять принадлежность элемента множеству;

П5 - находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;

П6 - проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений;

П7 - использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;

П8 - проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов;

П9 - свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;

П10 - понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;

П11 - переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;

П12 - доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;

П13 - выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;

П14 - сравнивать действительные числа разными способами;

П15 - упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;

П16 - находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;

П17 - выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;

П18 - выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений;

П19 - выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;

П20 - записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;

П21 - составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов;

П22 - свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;

П23 - решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;

П24 - овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;

П25 - применять теорему Безу к решению уравнений;

П26 - применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;

П27 - понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;

П28 - владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;

П29 - использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;

П30 - решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;

П31 - владеть разными методами доказательства неравенств;

П32 - решать уравнения в целых числах;

П33 - изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;

П34 - свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений;

П35 - составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных дисциплин;

П36 - выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных дисциплин;

П37 - составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных дисциплин;

П38 - составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;

П39 - использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств;

П40 - владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;

П41 - владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;

П42 - владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;

П43 - владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;

П44 - владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;

П45 - владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;

П46 - применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;

П47 - применять при решении задач преобразования графиков функций;

П48 - владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;

П49 - применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.

П50 - определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);

П51 - интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;

П52 - определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.);

П53 - владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;

П54 - применять для решения задач теорию пределов;

П55 - владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;

П56 - владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;

П57 - вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;

П58 - исследовать функции на монотонность и экстремумы;

П59 - строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;

П60 - владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;

П61 - владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;

П62 - применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач;

П63 - решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов;

П64 - интерпретировать полученные результаты;

П65 - оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее;

П66 - оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

П67 - владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач;

П68 - иметь представление об основах теории вероятностей;

П69 - иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;

П70 - иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;

П71 - иметь представление о совместных распределениях случайных величин;

П72 - понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;

П73 - иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;

П74 - иметь представление о корреляции случайных величин;

П75 - вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;

П76 - выбирать методы подходящего представления и обработки данных;

П77 - решать разные задачи повышенной трудности;

П78 - анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;

П79 - строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;

П80 - решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;

П81 - анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;

П82 - переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;

П83 - решать практические задачи и задачи из других предметов;

П84 - владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;

П85 - самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;

П86 - исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;

П87 - решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;

П88 - уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;

П89 - владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;

П90 - иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;

П91 - уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;

П92 - иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;

П93 - применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;

П94 - уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;

П95 - уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;

П96 - владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;

П97 - владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;

П98 - владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;

П99 - владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;

П100 - владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;

П101 - владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач;

П102 - владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;

П103 - иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;

П104 - владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;

П105 - владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;

П106 - владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять из при решении задач;

П107 - иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;

П108 - владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;

П109 - иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;

П110 - иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;

П111 - уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;

П112 - иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур;

П113 - составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат;

П114 - владеть понятиями векторы и их координаты;

П115 - уметь выполнять операции над векторами;

П116 - использовать скалярное произведение векторов при решении задач;

П117 - применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;

П118 - применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач;

П119 - иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;

П120 - понимать роль математики в развитии России;

П121 - использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;

П122 - применять основные методы решения математических задач;

П123 - на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;

П124 - применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;

П125 - пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов.

Для закрепления теоретических знаний и приобретений необходимых практических знаний и умений рабочей программой по дисциплине «Математика» предусмотрено проведение практических занятий в виде выполнения практических работ.

Практические работы выполняются для закрепления и систематизации теоретических знаний студентов по дисциплине и приобретения необходимых практических умений, развитию навыков самостоятельной работы.

Выполнение практических работ предусматривает применение необходимых формул и проведение соответствующих расчетов.

Цель методических указаний - обеспечить четкую организацию проведения практических занятий со студентами и предоставить возможность студентам, отсутствовавшим на практическом занятии, самостоятельно выполнить работу.

1. Указания к выполнению практических работ

1. Практические работы нужно выполнять в специально отведенной тетради в клетку, чернилами синего или черного цвета.
2. Условие каждого задания переписывается полностью или делается краткая запись «Дано» (если это возможно), затем выполняется решение задания и записывается ответ. Иногда ответ можно не записывать (ответом служит график, таблица и т.п.).
3. Все рисунки и схемы выполняются карандашом, с помощью линейки.
4. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.
5. Задания можно выполнять в произвольном порядке
6. После получения проверенной преподавателем работы студент должен в этой же тетради исправить все отмеченные ошибки и недочеты. Вносить исправления в сам текст работы после ее проверки запрещается.

2. Правила выполнения работы

1. Прочитайте название практической работы, уясните для себя цель работы.
2. Внимательно прочитайте пояснения к работе.
3. Разберите решения типовых примеров.
4. Выполните задания по вариантам.
5. Оформите отчет и сдайте тетрадь на проверку преподавателю.

3. Критерии оценки

Оценка «5» ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

4. Методические указания к выполнению практических работ

Практическая работа №1
Операции над множествами

Цель: научиться выполнять операции над множествами.

Пояснения к работе

Под *множеством* будем понимать совокупность (систему) каких-либо объектов произвольной природы, обладающих некоторым общим признаком.

Обозначение: A, B, C, D, …

Объекты, образующие множество, называются ***элементами множества*** и обозначаются соответствующими малыми буквами. *Например*, множество людей, множество городов России, множество целых чисел.

Некоторые множества имеют общепринятое обозначение:

N – множество натуральных чисел.

Z – множество целых чисел.

I – множество иррациональных чисел.

Q – множество рациональных чисел.

R – множество действительных чисел.

C – множество комплексных чисел.

Способы задания множеств:

- перечислением всех входящих в него объектов;

- описанием свойств, которыми должны обладать элементы множества. Такой способ называется аналитическим.

Например, множество M арабских цифр можно задать двояко: перечислением M={0,1,2,…,9} или посредством свойства M={x| x – арабская цифра}.

Множество, не содержащее ни одного элемента, называют ***пустым*** и обозначают $\varnothing$.

Количество элементов множества A называется ***мощностью*** множества и часто обозначают $|A|$.

Например, мощность множества арабских цифр $|M|$=10.

Если число элементов множества ограничено, то множество называют ***конечным***, в противном случае – ***бесконечным***.

Любую часть A (даже целую)множества B, выбранную по определённому признаку, называют ***подмножеством***. Записывают

$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x\{x \in A \Rightarrow x \in B\}$.

Например, справедливы следующие включения: N$\subseteq$Z, Z$\subseteq$Q, Q$\subseteq$R, R$\subseteq$C, {1; 4}$\subseteq${1;4;5;6;8}.

<u>Операции над множествами</u>

Рассмотрим исполнение отдельных операций над подмножествами A, B, C множества U.

а) A$\cup$B (объединение) – множество, состоящее из всех элементов множеств A и B, записанных в порядке возрастания и без повтора.

б) A$\cap$B (пересечение) – множество, составленное из общих (одинаковых) элементов множеств A и B.

в) A \ B (разность) – множество, составленное лишь из тех элементов множества A, которые не встречаются во множестве B.

г) $\overline{A}$ (дополнение) – множество элементов универсального множества U, которых нет в множестве A. За универсальное множество удобно взять множество целых чисел Z.

д) A∆B (симметрическая разность) – множество, состоящее из элементов множеств A и B, не включая их общие (одинаковые) элементы

Пример №1. Дано множество U={1;2;3;4;5;6;7;8;9;10} и множества A={2;3;4;5}, B={1;4;5;6;8} и C={4;6;7;9;10}. Записать множества: 1) A∪B 2) A∩B 3) A∪(B∩C); 4) $\overline{A} \cup B$ 5) B\C 6) $A \cap (\overline{C} \setminus B)$

△ 1) A∪B={1, 2, 3, 4, 5,6, 8};

2) A∩B={4, 5};

3) Сначала найдем B∩C={4, 6}, затем A∪(B∩C)={2,3,4,5,6};

4) Сначала найдем $\overline{A}$={1,6,7,8,9,10}, затем $\overline{A} \cup B$ ={1,4,5,6,7,8,9,10};

5) B\C={1,5,8};

6) Сначала найдём $\overline{C}$={1,2,3,5,8} и $\overline{C}$\B={2,3} и получим $A \cap (\overline{C} \setminus B)$ ={2,3}. ▲

Прямым произведением X×Y называется совокупность всех упорядоченных пар (x, y), таких, что x∈X, y∈Y.

Пример №2. Даны множества *X*={0;2;3} и *Y*={*b;c*}. Найти множества:

1) *X*×*Y* 2) *Y*×*X* 3) *X*×*X*×*Y*

Решение

1) *X*×*Y* = {(0:b);(0:c);(2:b);(2:c);(3:b);(3:c)};

2) *Y*×*X* = {(b:0);(b:2);(b:3);(c:0);(c:2);(c:3)};

3) *X*×*X*×*Y* = {(0:0:b); (0:0:c); (0:2:b); (0:2:c); (0:3:b); (0:3:c); (2:0:b); (2:0:c), (2:2:b); (2:2:c); (2:3:b); (2:3:c), (3:0:b); (3:0:c); (3:2:b); (3:2:c); (3:3:b); (3:3:c)}.

Задание и ход работы

1. Выполните задания, взяв исходные данные по вариантам (номер варианта соответствует последней цифре номера в журнальном списке).
2. Ответьте на контрольные вопросы

ЗАДАНИЕ

Дано множество U = {1;2;3;4;5;6;7;8;9;10} и множества *A*, *B* и *C*. Записать множества:

1). *A*∪*B* 2). *A*∩*B* 3). *A*∪(*B*∩*C*)

4). $\overline{A}$∪*B* 5). *B* \ *C* 6). *A*∩($\overline{C}$ \ *B*).

Варианты множеств:

1. *A* = {2; 3; 4}, *B* = {7; 9; 10}, *C* = {1; 2; 5; 6; 7; 8}.
2. *A* = {1; 2; 4; 5}, *B* = {3; 4; 7; 9}, *C* = {2; 3; 5; 7; 8}.
3. *A* = {1; 3; 7; 9}, *B* = {1; 2; 3; 6; 9}, *C* = {2; 5; 7; 8; 9}.
4. *A* = {4; 5; 6; 7}, *B* = {1; 2; 4; 5; 6}, *C* = {4;5;7;8;9}.
5. *A* = {1; 4; 8; 9}, *B* = {2; 4; 7; 10}, *C* = {3; 4; 6; 8; 10}.
6. *A* = {3; 7; 8; 9}, *B* = {1; 3; 8; 9}, *C* = {1; 3; 4; 6; 9}.
7. *A* = {1; 2; 4; 5}, *B* = {4; 5; 8; 9}, *C* = {6; 7; 9; 10}.
8. *A* = {1; 4; 5; 7}, *B* = {2; 3; 4; 5; 6}, *C* = {6; 7; 8; 10}.
9. *A* = {2; 4; 6; 7}, *B* = {4; 5; 6; 7; 8}, *C* = {1; 2; 7; 8; 10}.
10. *A* = {3; 4; 5; 7}, *B* = {1; 2; 5; 6}, *C* = {4; 5; 6; 8; 10}.

Содержание отчета

1. Название практической работы
2. Цель работы
3. Исходные данные по варианту
4. Необходимые вычисления
5. Ответы на контрольные вопросы

Контрольные вопросы

1. Дайте определение множества и приведите пример.
2. Какие способы задания множеств Вы знаете?
3. Перечислите основные числовые множества и их обозначения.
4. Что такое мощность множества?
5. Что такое подмножество? Приведите пример.

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №2

Вычисление и преобразование выражений, содержащих действительные числа

Цель: повторить основные законы выполнения действий над действительными числами.

Теоретический материал: основными действиями над числами являются сложение и умножение. А основным отношением между ними является сравнение чисел.

Основные законы:

1.Переместительный или коммутативный закон сложения: $a + b = b + a$.

2. Сочетательный или ассоциативный закон сложения: $(a+b) + c = a+ (b+c)$.

3.Сложение действительного числа с нулем: $a + 0 = a$

4.Переместительный или коммутативный закон умножения: $a \cdot b = b \cdot a$.

5. Сочетательный или ассоциативный закон умножения: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

6. Распределительный или дистрибутивный закон умножения относительно сложения $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.

7.Правило сложения неравенств: (для любого числа с) $a < b \rightarrow a + c < b + c$.

8.Правило умножения неравенств на число, отличное от нуля: $a < b \rightarrow a \cdot c < b \cdot c$ при $c > 0$, $a < b \rightarrow a \cdot c > b \cdot c$ при $c < 0$.

ЗАДАНИЕ: найдите значение числового выражения

Вариант1

1.$\dfrac{2{,}75:1{,}1+3\frac{1}{8}}{2{,}5-0{,}4(-3\frac{1}{8})}$; 2.$\dfrac{(1{,}4-3{,}5:1\frac{1}{4})}{2{,}5-0{,}4}$; 3.$\dfrac{0{,}5^2-0{,}5}{0{,}4^2+0{,}1^2+2\cdot0{,}4\cdot0{,}1}$; 4.$\dfrac{3\frac{1}{8}:10+0{,}175:\frac{7}{20}}{\frac{8}{4-1\frac{11}{17}\cdot\frac{51}{56}}}$.

Вариант2

1.$\dfrac{3{,}25:1{,}5+3\frac{1}{8}}{6{,}5-0{,}8(-3\frac{1}{8})}$; 2.$\dfrac{(2{,}4-6{,}5:2\frac{1}{4})}{3{,}5-1{,}4}$; 3.$\dfrac{0{,}7^2-0{,}7}{0{,}14^2+0{,}2^2 42\cdot0{,}8\cdot0{,}1}$; 4.$\dfrac{6\frac{1}{8}:10+0{,}145:\frac{7}{10}}{\frac{6}{8-1\frac{11}{18}\cdot\frac{86}{55}}}$.

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №3
Действия с комплексными числами

Цель: познакомиться и научиться производить действия с комплексными числами.

Теоретический материал: для решения многих задач физики, электротехники и других наук оказалось недостаточно множества действительных чисел. Например $\sqrt{-1}$ в множестве действительных чисел решения не имеет, в связи с этим возникла потребность нового расширения понятия числа. **Комплексными числами** называют числа вида **z = a + bi**, где a и b – действительные числа, число – i, определяется равенством $i^2 = -1$. Два комплексных числа $z_1 = a_{1+}b_1 i$ и $z_2 = a_2 + b_2 i$ называются равными, если $a_1 = a_2$ и $b_1 = b_2$.

Действия над комплексными числами:

1.Сложение $(a_1 + b_1 i) + (a_2 + b_2 i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$

2.Вычитание $(a_1 + b_1 i) - (a_2 + b_2 i) = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$

3.Умножение $(a_1 + b_1 i)(a_2 + b_2 i) = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)i$

4.Деление $\frac{a_1+b_1 i}{a_2+b_2 i} = \frac{a_1 a_2+b_1 b_2}{a_2^2+b_2^2} + \frac{a_2 b_1+a_1 b_2}{a_2^2+b_2^2} i$

5.Модуль комплексного числа $|a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$

Пример 1. Выполнить действия над комплексными числами, представив результат в алгебраичекой форме: (2+3i)(3−i)

Решение: (2+3i)(3−i)=6−2i+9i−3i2=6+7i+3=9+7i.(2+3i)(3−i)=6−2i+9i−3i2=6+7i+3=9+7i.

Пример 2. (2i−i2)2+(1−3i)3

Решение. (2i−i2)2+(1−3i)3=(2i+1)2+1−3(3i)2+3(3i)−(3i)3=(2i−i2)2+(1−3i)3= =(2i+1)2+1−3(3i)2+3(3i)−(3i)3=4i2+4i+1−27i2+9i−27i3=−4+4i+1+27−9i+27i=24+22i.=4i2+4i+1−27i2+ +9i−27i3=−4+4i+1+27−9i+27i=24+22i

ЗАДАНИЕ: Выполните действия с комплексными числами

Вариант 1. 1.$i\sqrt{5}$; 2.(5-3i)·2i; 3.(3+4i)(3-4i); 4.$\frac{1}{2-i}$; 5.$\frac{3-2i}{1+3i}$; 6. (3+8i)+(-3-i); 7.(1-3i)-(7-i)+(6-2i); 8.$\frac{\sqrt{5}+i}{\sqrt{5}-2i}$; 9.$\frac{1-3i}{i-2}+\frac{4i+1}{3i-1}$; 10.(a+bi)(b+ai):(b-ai).

Вариант 2. 1.$i\sqrt{7}$; 2.(8-3i)·4i; 3.(9+2i)(9-2i); 4.$\frac{3}{2-i}$; 5.$\frac{5-2i}{2+3i}$; 6. (4+8i)+(-9-i); 7.(6-2i)-(7-i)+(7-5i); 8.$\frac{\sqrt{7}+i}{\sqrt{7}-2i}$; 9.$\frac{4-3i}{i-4}+\frac{4i+1}{3i-1}$; 10.(c+bi)(c-ai):(c+ai).

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №4
Решение алгебраических уравнений

Цель: повторить основные правила решения алгебраических уравнений.

Теоретический материал: линейным уравнением с одной переменной x называется уравнение вида **ax+b = 0**, где a и b – действительные числа.

Решение линейных уравнений и уравнений, сводящихся к линейным, основано на следующих теоремах:

1.Если к обеим частям уравнения прибавить одно и тоже число, то получится уравнение, равносильное данному.

2.Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то получится уравнение, равносильное данному.

Линейное уравнение может иметь только одно решение, или совсем не иметь решения, или иметь бесконечное множество решений, например:

1.уравнение 5x+10 = 0 имеет единственное решение x = -2;
2.уравнение 3x = 0 имеет единственное решение x = 0;
3.уравнение 0x+2 = 0 не имеет решения, так как при любом значении x произведение 0x = 0 им 0+2 не равно 0;
4.уравнение 0x = 0 имеет бесконечное множество решений, любое число является решением этого уравнения.

ЗАДАНИЕ: решите уравнение

Вариант 1. 1.2x-3=5; 2. $\frac{x-7}{3}$ = 2; 3.(x-4)(x+5) = 0; 4. 3(x-2)-5 =4-(5x-1); 5. $\frac{x-3}{2} + 5 = 4$; 6. $x^2 + 2x - 15 = 0$; 7.(x-3)(x-2)=6(x-3); 8.$\frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{2x+1} = 5$.

Вариант 2. 1.4x-6=10; 2. $\frac{x-5}{8}$ = 2; 3.(x-6)(x+2) = 0; 4. 4(x-3)-5 =9-(4x-1); 5. $\frac{x-6}{2} + 12 = 4$; 6. $2x^2 + 4x - 30 = 0$; 7.(x-6)(x-4)=12(x-6); 8.$\frac{3x+1}{x} + \frac{6x}{3x+1}$ =12.

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №5
Решение систем линейных алгебраических уравнений и неравенств.

Цель: повторить способы решения систем линейных алгебраических уравнений и неравенств.

Теоретический материал:

Решением системы двух уравнений с двумя переменными $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2 + b_2y = c_2 \end{cases}$ называется пара чисел $(x_{0,}y_0)$, которая каждое уравнение этой системы обращает в верное числовое равенство.

Способы решения систем линейных уравнений:

1.Способ подстановки. Этот способ заключается в том, что из одного уравнения данной системы выражают какую-либо из переменных через другую переменную и найденное для этой переменной выражение подставляют в другое уравнение системы, в результате чего получают уравнение с одной переменной.

2.Способ алгебраического сложения. Этот способ состоит в том, что все члены каждого из уравнений умножают на соответственно подобранные множители так, чтобы коэффициенты при одной и той же переменной в обоих уравнениях оказались противоположными числами, а затем уравнения почленно складывают, в результате чего получают уравнение, содержащее только одну переменную.

Способы решения систем линейных неравенств:

Неравенства $f_1(x) < 0,\ f_2(x) < 0$, записанные в виде $\begin{cases} f_1(x) < 0 \\ f_2(x) < 0 \end{cases}$; образуют систему двух неравенств с одним неизвестным x. Неравенства могут содержать различные знаки неравенств $<, \leq, >, \geq$. Система может содержать большее количество неравенств.

Способ решения системы неравенств:

1.Находят решение каждого неравенства системы.

2.Изображают найденные решения на числовой прямой.

3.Находят пересечение решений всех неравенств.

Множество решений системы может иметь различную структуру: содержать одну или несколько изолированных точек; являться промежутком числовой прямой; быть объединением изолированных точек и промежутков. Решение системы может не содержать ни одной точки; в этом случае система решений не имеет.

ЗАДАНИЕ: найдите решение указанных систем уравнений и неравенств.

Вариант1.

1.Решите систему уравнений: a)$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 5x + 4y = 1 \end{cases}$; b)$\begin{cases} \frac{y}{x} = 2 \\ (x-1)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$;

c)$\begin{cases} x^2y^3 + x^3y^2 = 12 \\ x^2y^3 - x^3y^2 = 4 \end{cases}$;

2.Решите систему неравенств: a) $\begin{cases} 2x - 9 \leq 17 \\ 7x > 14 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 2(3x-1) < 3(4x+1) + 16 \\ 4(2+x) < 3x + 8 \end{cases}$.

Вариант1.

1.Решите систему уравнений: a)$\begin{cases} 4x + 6y = -1 \\ 8x + 2y = 4 \end{cases}$; b)$\begin{cases} \frac{y}{x} = 8 \\ (x-4)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$;

c)$\begin{cases} x^2y^3 - x^3y^2 = 24 \\ x^2y^3 + x^3y^2 = 8 \end{cases}$.

2.Решите систему неравенств: a) $\begin{cases} 5x - 9 \leq 19 \\ 8x > 16 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 2(2x+1) < 4(2x+1) - 16 \\ 5(10+x) < 2x + 8 \end{cases}$.

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №6
Решение текстовых задач на проценты и смеси

Цель: закрепить навыки решения текстовых задач.

Теоретический материал:

Задачи на проценты. При решении задач на проценты необходимо помнить, что: Процент − это сотая часть числа. Если данное число принять за 1, то 1% составляет 0,01 этого числа, 23% составляют 0,23 этого числа и т.д. Поэтому, заменяя проценты соответствующим количеством сотых долей числа, задачу на проценты сводят к задаче на части. Чтобы найти а % от числа В, нужно число В разделить на 100 и умножить на а, т.е. $B \cdot a:100\%$.

Пример. Найти 45% от числа 56.

Решение. Имеем (45: 56)100% = 25,2, т.е. число 25,2 составляет 45% от числа 56.

Если известно, что а% числа Х равно b, то число Х находится по формуле Х=(а : b)·100%. Эту формулу можно не запоминать, зная пропорцию: 100% - b, а% - Х. Используя эту пропорцию, можно найти любое из чисел Х, а, b при условии, что известны остальные.

Чтобы найти процентное отношение чисел а и b, нужно отношение этих чисел умножить на 100%, т.е. 100%(b:a).

Если величина а за некоторый промежуток времени (единицу времени) вырастет на р %, то через n единиц времени эта величина станет равной N=a+ 100 (p : n). Но при этом предполагается, что по истечении каждой единицы времени прирост за этот промежуток времени не присоединяется к а, так что за новый период времени прирост начисляется с первоначальной величины.

Если величина а за единицу времени возрастает на р % и прирост присоединяется к величине а (т.е. она становится равной а + а:100%), за прирост за новый период времени исчисляется с наращенной суммы, то по истечении n единиц времени заданная величина станет равной $N=a+n \cdot p:100$ −эта формула называется формулой сложных процентов. В задачах на банковские расчеты, как правило, считают, что речь идет о сложных процентах.

Пример. Цена товара была дважды снижена на одно и то же число процентов. На сколько процентов снижалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость 20 р., а окончательная − 11р.25к.?

Решение. Пусть цена снижалась каждый раз на х %. Это значит, что после первого снижения цена товара стала меньше на 10 х частей первоначальной стоимости, т.е. цена товара стала 20+ 100 1 х р. После второго снижения цена товара стала 100 1 х частей стоимости после первого снижения, т.е. цена товара стала 20· 100 1 х · 100 1 х р.

Но по условию задачи после двух снижений товар стал стоить 11р.25к. Решая уравнение, находим его корни: х = 175 , х = 25.

Поскольку снизить цену товара на 175% нельзя, то условию задачи удовлетворяет х =25%.

Алгоритм решения задач на смеси

1. *x* – масса первого раствора,(*m-x)* – масса второго раствора, *m* – масса полученной смеси.
2. Найти содержание растворенного вещества в растворах, т.е. *a* % от *x, в* % от *m-x*, с % от *m*
3. Составить уравнение.

Пример. Имеется два сплава меди и свинца. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65% меди. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% меди?

Наименование веществ, растворов, смесей, сплавов	% содержание меди (доля содержания вещества)	Масса раствора (смеси, сплава)	Масса вещества
Первый сплав	*15%=0,15*	*Х г*	*0,15*х*
Второй раствор	*65%=0,65*	*(200 – х)г*	*0,65*(200–х)=130–0,65х*
Получившийся раствор	*30%=0,3*	*200 г*	*200*0,3=60*

Сумма масс меди в двух первых сплавах (то есть в первых двух строчках) равна массе меди в полученном сплаве (третья строка таблицы):

$$0,15x+130–0,65x=60.$$

Решив это уравнение, получаем *x=140.* При этом значении *x* выражение 200 – *x=60.* Это означает, что первого сплава надо взять*140г*, а второго *60г.*

Ответ:140г. 60г.

ЗАДАНИЕ: найдите решение задач

Вариант1

1.Найдите число х, если х составляет 2,5% от 320.

2.За 2020г.выпуск предприятием продукции возрос на 4%, а за следующий год- на 8%. Найдите средний ежегодный прирост продукции за двухлетний период.

3.Два куска латуни имеют массу 30кг. Первый кусок содержит 5кг чистой меди, а второй кусок – 4кг. Сколько процентов меди содержит первый кусок латуни, если второй содержит меди на 15% больше первого?

4.К раствору, содержащему 40гр. соли, добавили 200гр. воды, после чего массовая доля растворенной соли уменьшилась на 10%. Сколько воды содержал раствор и какова была в нем массовая доля соли?

Вариант2

1.Найдите число х, если х составляет 6,5% от 480.

2.За 2020г.выпуск предприятием продукции возрос на 3%, а за следующий год- на 6%. Найдите средний ежегодный прирост продукции за двухлетний период.

3.Два куска латуни имеют массу 20кг. Первый кусок содержит 4кг чистой меди, а второй кусок – 3кг. Сколько процентов меди содержит первый кусок латуни, если второй содержит меди на 10% больше первого?

4.К раствору, содержащему 20гр. соли, добавили 100гр. воды, после чего массовая доля растворенной соли уменьшилась на 10%. Сколько воды содержал раствор и какова была в нем массовая доля соли?

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №7

Решение текстовых задач на движение

Цель: закрепить навыки решения текстовых задач на движение.

Теоретический материал:

В задачах на движение есть две стандартные модели: движение навстречу друг другу и движение вдогонку.

Встречное движение. Объекты, начавшие двигаться навстречу друг другу одновременно, движутся до момента встречи одинаковое время. В первой модели рассматривается как бы совместная скорость сближения, как сумма двух скоростей и поэтому время сближения считается так: $t = S/(v_1+v_2)$. Объекты, начавшие двигаться навстречу друг другу одновременно, движутся до момента встречи одинаковое время.

Пример. Из городов А и В, расстояние между которыми 480 км, навстречу друг другу выехали два автомобиля. Из города А со скоростью 55 км/ч, а из города В со скоростью 65 км/ч. Найдите расстояние от города А где они встретятся.

Решение: Время до встречи считается по формуле $t = S/(v_1+v_2)$ и равно 4 часа.

Движение в одном направлении Во второй модели время, за которое объект, идущий сзади с большей скоростью v1, догонит другой объект, идущий с меньшей скоростью v2, считается так: $t = S/(v_1-v_2)$, где S - расстояние между объектами в начальный момент времени.

Пример. Два пешехода отправляются из аптеки в одном направлении на прогулку по набережной. Скорость первого на 0,5 км/ч больше скорости второго. Найдите время в минутах, когда расстояние между ними станет 200 м. Ответ дайте в км/ч.

Решение: Время в часах, за которое расстояние станет между ними 200 м, т.е. 0,2 км, считается по формуле t=0,2/0,5=0,4 часа. Значит, через 24 минуты расстояние между ними будет 200 м.

Движение в противоположных направлениях В таких задачах два тела могут начинать движение в противоположных направлениях из одной точки: а) одновременно; б) в разное время. А могут начинать свое движение из двух разных точек, находящихся на заданном расстоянии, и в разное время. Общим теоретическим положением для них будет следующее: Vудал. $= v_1 + v_2$, где v_1 и v_2 соответственно скорости первого и второго тел.

Пример. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 72 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 6 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 6 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч. Ответ:6км/ч .

Движение по воде При движении по течению реки скорость объекта складывается из его скорости в стоячей воде и скорости течения реки. При движении против течения реки, скорость объекта равна разности скорости объекта в стоячей воде и скорости течения реки. Движущийся плот всегда имеет скорость течения реки.

ЗАДАНИЕ: найдите решение задач на движение

Вариант1.

1.Моторная лодка, скорость которой в стоячей воде равна 15км, прошла 140км вниз по течению реки и вернулась обратно. Найдите скорость течения реки, на весь путь затрачено 20ч.

2.После встречи двух теплоходов один из них пошел на юг ,а другой- на запад. Через 2ч после встречи расстояние между ними было 60км. Найдите скорость каждого теплохода, если известно, что скорость одного из них на 6 $км/ч$ больше скорости другого

3.Два тела движутся навстречу друг другу из двух точек, расстояние между которыми 320м. Одно тело прошло в первую секунду 6м,а в каждую следующую проходило на 6м больше, чем в предыдущую. Второе тело двигалось равномерно со скоростью 15 $^{м}/_{с}$ и начало движение спустя 15с после первого. Через сколько секунд после того, как начало двигаться первое тело, они встретятся?

4.Расстояние между городами 960км. Пассажирский поезд проходит это расстояние со скоростью, на 20км/ч. больше, чем товарный. Найдите скорости поездов, если весь путь пассажирский поезд проходит на 4ч быстрее товарного.

Вариант2.

1.Моторная лодка, скорость которой в стоячей воде равна 10км, прошла 340км вниз по течению реки и вернулась обратно. Найдите скорость течения реки, на весь путь затрачено 30ч.

2.После встречи двух теплоходов один из них пошел на юг ,а другой- на запад. Через 2ч после встречи расстояние между ними было 40км. Найдите скорость каждого теплохода, если известно, что скорость одного из них на 5 $км/ч$ больше скорости другого.

3.Два тела движутся навстречу друг другу из двух точек, расстояние между которыми 480м. Одно тело прошло в первую секунду 6м,а в каждую следующую проходило на 6м больше, чем в предыдущую. Второе тело двигалось равномерно со скоростью 15 $^{м}/_{с}$ и начало движение спустя 15с после первого. Через сколько секунд после того, как начало двигаться первое тело, они встретятся?

4. Расстояние между городами 450км. автомобиль проходит это расстояние со скоростью, на 10км/ч. больше, чем автобус. Найдите скорости автомобиля и автобуса, если весь путь автомобиль проходит на 4ч быстрее автобуса.

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №8
Преобразование выражений, содержащих корни

Цель: обобщить понятие корня, научиться выполнять операции над корнем n-й степени.

Теоретический материал:

С понятием квадратного корня из числа a вы уже знакомы: это такое число, квадрат которого равен a. Аналогично определяется корень n- степени из числа a, где n- произвольное натуральное число.

Корнем n-степени из числа a называется такое число, n- я степень которого равна a.

Корень n-й степени из числа a – это решение уравнения $x^n = a$. Число корней этого уравнения зависит от n и a. Если n- четное число, то a – положительное число, если n – нечетное число, то a может быть и положительным, и отрицательным числом.

Итак, при четном n существует два корня n-й степени из любого положительного числа a, корней четной степени из отрицательных чисел не существует. Основные свойства корней: 1.$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$; 2.$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$; 3.$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n\cdot k]{a}$; 4.$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n\cdot k]{a^k}$; 5.$\sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k$.

ЗАДАНИЕ: выполните указанные действия с числовыми выражениями.

Вариант1.

1. Вычислите: а)$\sqrt[4]{16}$; б) $\sqrt[5]{-32}$; в) $\sqrt[4]{16 \cdot 625}$; г) $\sqrt[3]{0{,}001 \cdot 27}$; д) $\sqrt[5]{160 \cdot 625}$;
е) $\sqrt[3]{-25} \cdot \sqrt[6]{25}$; ж) $\sqrt[4]{3\frac{3}{8} \cdot 1\frac{1}{2} + \frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{80}}}$;

2. Сравните числа: a) $\sqrt[7]{1,8}$ и 1; b)$\sqrt{5}$ и $\sqrt[8]{500}$;

3. Вынесите за знак корня: a) $\sqrt[6]{64a^8b^{11}}$ b) $\sqrt[4]{6a^{12}b^{24}}$.

4. Упростите выражение: $\dfrac{9a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{9}{5}}+2a^{\frac{1}{5}}}$.

Вариант2.

1. Вычислите: а) $\sqrt[6]{64}$; б) $\sqrt[5]{-243}$; в) $\sqrt[4]{81\cdot 625}$; г) $\sqrt[3]{0,027\cdot 64}$; д) $\sqrt[5]{160\cdot 625}$; е) $\sqrt[3]{-9}\cdot\sqrt[6]{9}$; ж) $\sqrt[4]{3\frac{3}{8}\cdot 1\frac{1}{2}}+\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{80}}$;

2. Сравните числа: a) $\sqrt[7]{1,8}$ и 1; b)$\sqrt{5}$ и $\sqrt[8]{500}$;

3. Вынесите за знак корня: a) $\sqrt[6]{64a^8b^{11}}$ b) $\sqrt[4]{6a^{12}b^{24}}$;

4. Упростите выражение: $\dfrac{a^{\frac{7}{3}}+a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{4}{3}}}$.

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №9

Преобразование выражений, содержащих степени с рациональным показателем

Цель: Обобщить понятия степени, научиться выполнять действия с выражениями, содержащими степени с рациональным показателем.

Теоретический материал:

Если n – натуральное число, то a^n= a· $a\cdot a \ldots\ldots a_n$

Например: $2^3=2\cdot 2\cdot 2=8$

Для любых чисел *а* и *в,* любых целых чисел *n* и *m* справедливы равенства:

$$a^n\cdot a^m=a^{n+m}$$

$$a^n\div a^m=a^{n-m}$$

$$\left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m}$$

$$\left(\frac{a}{в}\right)^m=\frac{a^m}{в^m}$$

При выполнении практической работы рассмотрите *Степенью числа* a>0 с рациональным показателем $r=\frac{m}{n}$, где m – целое число, n – натуральное (n>0), называется число

$$a^{\frac{n}{m}}=\sqrt[n]{a^m}.$$

При выполнении практической работы рассмотрите следующие примеры:

Пример 1.

$7^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{7^1}=\sqrt[4]{7}$

$2^{\frac{5}{6}}=\sqrt[6]{2^5}=\sqrt[6]{32}$

$a^{-\frac{7}{15}}=\sqrt[15]{a^{-7}}=\sqrt[15]{\frac{1}{a^7}}$

$8^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{8^1}=\sqrt[3]{8}=2$

$81^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{81^3}=\left(\sqrt[4]{81}\right)^3=3^3=27$

$128^{-\frac{2}{7}}=\frac{1}{128^{\frac{2}{7}}}=\frac{1}{\sqrt[7]{128^2}}=\frac{1}{\left(\sqrt[7]{128}\right)^2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$

$243^{0,4}=\left(3^5\right)^{0,4}=3^{5\cdot0,4}=3^2=9$

Пример 2. Представить выражение в виде степени:

$\sqrt[5]{x^3}\cdot\sqrt{x}=x^{\frac{3}{5}}\cdot x^{\frac{1}{2}}=x^{\frac{3}{5}+\frac{1}{2}}=x^{\frac{6+5}{10}}=x^{\frac{11}{10}}$

$\frac{x^{0,5}}{(\sqrt[4]{x})^2}=x^{0,5}\div x^{\frac{2}{4}}=x^{0,5}\div x^{\frac{1}{2}}=x^{0,5-\frac{1}{2}}=x^0=1$

$x\cdot\sqrt{x^3\cdot\sqrt[5]{x}}=x\cdot x^{\frac{3}{2}}\cdot(x^{\frac{1}{5}})^{\frac{1}{2}}=x\cdot x^{\frac{3}{2}}\cdot x^{\frac{1}{10}}=x^{1+\frac{3}{2}+\frac{1}{10}}=x^{\frac{10+15+1}{10}}=x^{\frac{26}{10}}=x^{\frac{13}{5}}$

Пример 3. Вычислить:

$$\frac{3^{\frac{2}{3}}\cdot81^{\frac{3}{4}}}{3^{-\frac{1}{3}}}=\frac{3^{\frac{2}{3}}\cdot\left(\sqrt[4]{81}\right)^3}{3^{-\frac{1}{3}}}=\frac{3^{\frac{2}{3}}\cdot3^3}{3^{-\frac{1}{3}}}=3^{\frac{2}{3}+3-\left(-\frac{1}{3}\right)}=3^{\frac{2}{3}+3+\frac{1}{3}}=3^4=81$$

Пример 4. Упростить выражение*:*

$$\left(a+б^{\frac{1}{4}}\right)\cdot\left(a-б^{\frac{1}{4}}\right)+\sqrt{б}=a^2-\left(б^{\frac{1}{4}}\right)^2+\sqrt{б}=$$

$$=a^2-б^{\frac{2}{4}}+\sqrt{б}=a^2-б^{\frac{1}{2}}+б^{\frac{1}{2}}=a^2$$

$$\frac{a\cdot б^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{3}}б}{(a\cdot б)^{\frac{1}{3}}}=\frac{a^{\frac{1}{3}}\cdot б^{\frac{1}{3}}\cdot\left(a^{\frac{2}{3}}-б^{\frac{2}{3}}\right)}{(a\cdot б)^{\frac{1}{3}}}=\frac{(a\cdot б)^{\frac{1}{3}}\cdot\left(a^{\frac{2}{3}}-б^{\frac{2}{3}}\right)}{(a\cdot б)^{\frac{1}{3}}}=a^{\frac{2}{3}}-б^{\frac{2}{3}}$$

ЗАДАНИЕ

1 вариант

Часть 1. Выберите правильный ответ

1.Упростите выражение $\sqrt{2a^5} \cdot \sqrt{18a^2}$

1) $6a^{\frac{2}{7}}$ 2) $6a^5$ 3) $a^{\frac{2}{7}}$ 4) $6a^{\frac{7}{2}}$

2. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\sqrt{2x-1} = x-2$.

1) *(-∞;0)* 2) *(0; 6)* 3) *(6; 50)* 4) *(50;100)*

3. Сколько корней имеет уравнение $\sqrt{2x^4+194} = x^2+13$.

1) *4* 2) *2* 3) *1* 4) *ни одного*

4. Найдите корни уравнения $x+1 = \sqrt{7x+25}$.

1) *–8 и 3* 2) *-3 и 8* 3) *-3* 4) *8*

5. Представьте выражения в виде степени с рациональным показателем $\sqrt{5}$; $\sqrt[7]{m^{11}}$

1) $5^{\frac{1}{2}}$; $m^{\frac{11}{7}}$ 2) $5^{\frac{2}{1}}$; $m^{\frac{11}{7}}$ 3) $5^{\frac{1}{2}}$; $m^{\frac{7}{11}}$ 4) $5^{\frac{2}{1}}$; $m^{\frac{7}{11}}$

Часть 2.

<u>В заданиях 6 – 7 запишите только ответ:</u>

6. Представьте выражение в виде степени с основанием *a*: $\dfrac{a^{2,5} \cdot a^{-0,5}}{(a:a^{-2})^{\frac{1}{2}}}$

7. Сравните числа $\sqrt[7]{2^4}$ и $2^{\frac{2}{3}}$

<u>В задании 8 запишите полное решение:</u>

8. Решить неравенство$\sqrt{7+3x}$≥1-x.

2 вариант

Часть 1. Выберите правильный ответ

1. Упростите выражение $a \cdot \sqrt[4]{81a^3}$.

1) $9à^{\frac{5}{2}}$ 2) $3à^{\frac{7}{3}}$ 3) $3à^{\frac{7}{4}}$ 4) *3a*

2. Найдите корни уравнения $x+1 = \sqrt{-3x+25}$.

1) *3* 2) *-3 и 8* 3) *-3* 4) *8*

3. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $3+\sqrt{x-5} = x-4$.

1) *(-∞;0)* 2) *(0; 5)* 3) *(5; 50)* 4) *(50;100)*

4. Сколько корней имеет уравнение $\sqrt{x^4-17} = 1-x^2$.

1) *4* 2) *2* 3) *1* 4) *ни одного*

5. Представьте выражения в виде степени с рациональным показателем

$\sqrt[5]{16}$; $\sqrt{5^{-7}}$

1) $16^{\frac{1}{5}}$; $5^{-\frac{7}{2}}$ 2) $16^{\frac{5}{1}}$; $5^{-\frac{7}{2}}$ 3) $16^{\frac{1}{5}}$; $5^{-\frac{2}{7}}$ 4) $16^{\frac{5}{1}}$; $5^{-\frac{2}{7}}$

Часть 2.
<u>В заданиях 6 – 7 запишите только ответ:</u>

6. Представьте выражение в виде степени с основанием b: $\dfrac{b^{4,7}\cdot b^{-2,7}}{(b^2 : b^{-3})^{0,6}}$

7. Сравните числа $\sqrt[8]{5^7}$ и $5^{\frac{3}{4}}$

<u>В задании 8 запишите полное решение:</u>
8. Решить неравенство $\sqrt{3x+1} \geq x-1$.

Критерии оценки практической работы

Задания	Баллы	Примечание
1 – 5	5	Каждый правильный ответ 1 балл
6 – 7	4	Каждый правильный ответ 2 балла
8	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу **– 12 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« **5**» (отлично)	11-12
« **4**» (хорошо)	8-10
« **3**» (удовлетворительно)	5-7
« **2** « (неудовлетворительно)	менее 5

Практическая работа №10
Определение свойств и построение графиков степенной функции

Цель: научиться по графику функции определить ее свойства, отработать навыки построения графиков функций.

Теоретический материал: Функция вида $y=x^n$ называется степенной функцией. Свойства и график функции зависит от показателя степени n:

1.Показатель степени n = 2k – четное натуральное число. В этом случае областью определения функции является множество действительных чисел, множество значений функции – неотрицательные числа.

2.Показатель степени n = 2k – 1. В этом случае областью определения функции является множество действительных чисел, множество значений функции – все действительные числа.

3. Показатель степени n = -2k. В этом случае областью определения функции является множество действительных чисел, кроме нуля, множество значений функции – положительные числа.

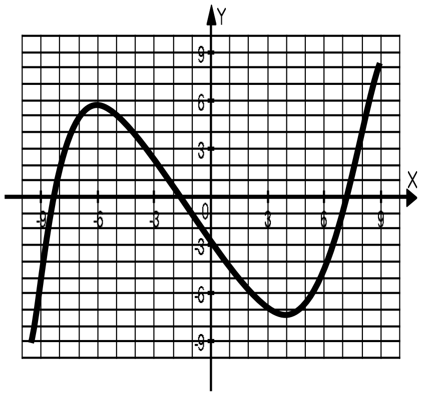
4. Показатель степени n = - (2k – 1). В этом случае областью определения функции является множество действительных чисел, кроме нуля, множество значений функции – положительные числа, кроме нуля.

5. Показатель степени n – действительное нецелое число. В этом случае областью определения функции является множество положительных чисел, множество значений функции – положительные числа.

ЗАДАНИЕ

Вариант 1

1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите промежуток убывания функции:
   1. $(-\infty; 5]$; 2. $(-6; 4)$; 3. $[-6; 4]$; 4. $[4; \infty)$.
2. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определить максимум и минимум функции.
3. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке указать область определения и область значения функции.
4. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, указать промежутки, где $f(x) > 0$.



5. Найти область определения функции $y = (x-4)^{\frac{1}{2}}$

6. Укажите наибольшее значение функции y= $2+(x+1)^4$ на отрезке $[-1; 2]$.

7. При каких значениях x функция y= $x^6 - 5$ принимает положительные значения?

8. Найдите нули функции $y = x^2 + 2x$.

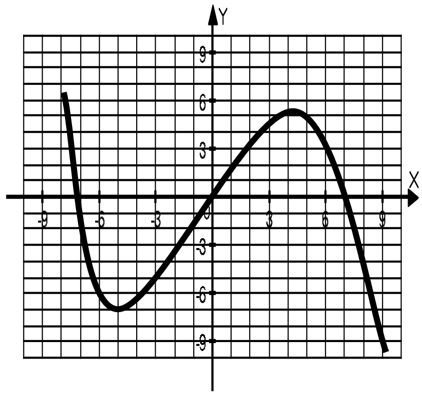
9.Постройте график функции: $y = (x-2)^2 + 3$

Вариант 2

1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите промежуток возрастания функции.

1. $(-\infty; 4]$; 2. $[-5; 4]$; 3. $(-5; 4)$; 4. $[4; \infty)$.

2. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определить максимум и минимум функции.
3. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке указать область определения и область значения функции.
4. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, указать промежутки, где $f(x) > 0$.



5. Найти область определения функции y= $(\frac{3}{2}x)^{\frac{1}{4}}$

6. Укажите наименьшее значение функции y= $(x-3)^4+2$ на отрезке $[0;2]$.

7. При каких значениях x функция y= x^6+6 принимает положительные значения?

8. Найдите нули функции $y=x^2+2x$.

9. Постройте график функции: $y=(x-2)^2+3$

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа № 11

Показательные уравнения и неравенства

Цель: Знать методы решения показательных уравнений и неравенств, применять их при решении упражнений.

Теоретический материал:

Степени чисел от 0 до 10

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4^n	1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
5^n	1	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
6^n	1	6	36	216	1296	7776	46656	279936			
7^n	1	7	49	343	2401	16807	117649				
8^n	1	8	64	512	4096	32768					
9^n	1	9	81	729	6561	59049					
10^n	1	10	100	1000	10000						

Решение квадратных уравнений:

$a \cdot x^2 + bx + c = 0$
$D = b^2 - 4ac$,

Если $D > 0$, то $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}$

Если $D = 0$, то $x = \frac{-b}{2a}$

Если $D < 0$, то корней нет

Формулы сокращенного умножения:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a-b)\cdot(a+b)$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Свойства степеней	Свойства корней n-ой степени
1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ 4. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ 5. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ 6. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 7. $a^0 = 1$ 8. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$ 9. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ 2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ 3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$ 4. $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ 5. $\sqrt[n \cdot k]{a^{n \cdot k}} = \sqrt[n]{a^m}$ 6. $\sqrt[n]{a^n} = a$ 7. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Показательные уравнения

Уравнения вида $a^{f(x)} = b$, где $a>0$, $a \neq 1$ называются простейшими показательными уравнениями.

Если $b \leq 0$, то уравнение решений не имеет.

Если $b>0$, то существует такое число c, что $b = a^c$. Тогда $a^{f(x)} = a^c$ (в силу монотонности функции $y=a^t$) равносильно уравнению $f(x) = c$.

Пример. Решите уравнение $3^{x-4} = 1$. Решение: выравниваем основания слева и справа $3^{x-4} = 3^0$, т.к. основания одинаковые, то их можно опустить, получаем x-4=0, решая это уравнение, получаем x=4. Ответ 4.

Решение уравнений вида $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ методом уравнивания показателей

Разделив обе части уравнения на $b^{f(x)} \neq 0$,

получим $\frac{a^{f(x)}}{b^{f(x)}} = 1$, где $a > 0$, $b > 0$, $a \neq 1$, $b \neq$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = 1$ 1. **,** отсюда $f(x) = 0$

Метод введения новой переменной.

1. Уравнения вида $ma^{2f(x)} + na^{f(x)} + p = 0$ решается подстановкой $y = a^{f(x)}$, $y > 0$, при котором получается квадратное уравнение. Метод сведения к квадратному уравнению состоит в том, что нужно преобразовать уравнения к такому виду, чтобы некоторую показательную функцию обозначить новой переменной, получив при этом квадратное уравнение относительно этой переменной.

2. Уравнения вида $ma^{2f(x)} + na^{f(x)}b^{f(x)} + qb^{2f(x)} = 0$, где $m \neq 0$, $n \neq 0$ решается делением обеих частей уравнения на $a^{2f(x)} \neq 0$ или $b^{2f(x)} \neq 0$. Далее выполняется подстановка$(b/a)^{f(x)} = t$, где $t > 0$, и решается квадратное уравнение.

Пример.

Решите уравнение: $9^x + 8 \cdot 3^x = 9$. Решение: представим выражение $9^x = 3^{2x}$, получаем уравнение $3^{2x} + 8 \cdot 3^x = 9$, выполняем подстановку $3^x = c$, получаем уравнение вида $c^2 + 8c = 9$. Решаем это квадратное уравнение, получаем два решения $c_1 = 1$ и $c_2 - 9$. Возвращаемся к подстановке получаем уравнения вида: $3^x = 1$ и $3^x = -9$, т.к. второе уравнение не имеет решение, то решением нашего уравнения является x = 0. Ответ x = 0.

Показательные неравенства

Решение простейших показательных неравенств основано на известном свойстве функции $y = a^x$: эта функция возрастает, если $a > 1$ и убывает, если $0 < a < 1$. Соответственно при опускании основания знак в неравенстве не меняется, если $a > 1$, знак в неравенстве меняется, если $0 < a < 1$. Общие принципы решения показательных неравенств такие же, как и при решении показательных уравнений (смотри выше).

Пример. Решите неравенство: $10^{3x+1} \leq 10$, Решение: т.к. основание $10 > 1$, то при опускании основания знак в неравенстве не меняется, получаем $3x \leq 1$, решая это неравенство, получаем $x \leq \frac{1}{3}$.   Ответ $x \leq \frac{1}{3}$.

ЗАДАНИЕ:

1 вариант

Часть 1. Выберите правильный ответ

1. Укажите множество значения функции $y = 5^x + 4$

1) (0; +∞)   2)(5; +∞);   3)(4; +∞)   4)(-∞; +∞)

2. Решите уравнение $4^{3x}=8$

1) 1   2) 0,5   3) 2   4) 1,5

3. Укажите решения неравенства $3^{x+5} \geq \frac{1}{81}$

1) (-∞; 9)   2)[-9; + ∞)   3) (-∞; -9)   4) [9; +∞)

4. Решите неравенство $(\frac{1}{2})^x \leq \frac{1}{128}$

1) (-∞;7]   2) [7;+∞)   3) [-7;+∞)   4) (-∞;-7]

5. Решите уравнение $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x = 5$

1) -1   2) 7   3) 1   4) 35

Часть 2.

В заданиях 6 – 8 запишите только ответ:

6. Найдите все целые решения неравенства $1 \le 7^{x-3} < 49$

7. Укажите наибольшее целое решение неравенства $36^{0,5x^2-3} \le \left(\frac{1}{6}\right)^{-3}$.

8. Найдите корни уравнения $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$. Если получили два корня, то в ответе впишите их произведение. Если один, то его запишите в ответ.

В 9 задании запишите полное решение:

9. Решите систему уравнений: $\begin{cases} 3^{\sqrt{x-y}} = 9, \\ 2^{x+y-6} = 1. \end{cases}$

2 вариант

Часть 1. Выберите правильный ответ

1. Укажите множество значения функции $y = 2^{x+1}$

1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(1; +\infty)$ 3) $(-1; +\infty)$ 4) $(0; +\infty)$

2. Решите уравнение $9^{3x}=27$

1) 1 2) 0,5 3) 2 4) 1,5

3. Укажите решения неравенства $\left(\frac{1}{7}\right)^{-x+3} \le 49$

1) $(-\infty; -1]$ 2) $[-1; +\infty)$ 3) $(-\infty; 5]$ 4) $[5; +\infty)$

4. Решите неравенство $\left(\frac{1}{3}\right)^x \le \frac{1}{243}$

5) $(-\infty;5]$ 6) $(-\infty;81]$ 7) $[5;+\infty)$ 8) $[-5;+\infty)$

5. Решите уравнение $2^{x+4} - 2^x = 120$

5) 0 6) 3 7) 12 8) -3

Часть 2.

В заданиях 6 - 8 запишите только ответ:

6. Найдите все целые решения неравенства $\frac{1}{7} \le 7^{x-3} < 49$.

7. Укажите наибольшее целое решение неравенства $16^{0,5x^2-1} \le \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$.

8. Решите уравнения $5^{2x} + 5^x = 2$. Если получили два корня, то в ответе впишите их произведение, если один, то его запишите в ответ.

В 9 задании запишите полное решение

9. Решите систему уравнений: $\begin{cases} 5^{\sqrt{x-y}} = 25, \\ 3^{x-y-2} = 1. \end{cases}$

Критерии оценки практической работы

Задания	Баллы	Примечание
1 – 5	5	Каждый правильный ответ 1 балл
6 – 8	6	Каждый правильный ответ 2 балла
9	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу **– 14 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« **5**» (отлично)	13-14
« **4**» (хорошо)	10-12
« **3**» (удовлетворительно)	7-9
« **2** « (неудовлетворительно)	менее 7

Практическая работа №12

Системы показательных уравнений и неравенств

Цель: научиться применять правила решения систем линейных уравнений и неравенств к решению систем показательных уравнений и систем неравенств.

Теоретический материал:

Решением системы двух уравнений с двумя переменными $\begin{cases} a^x + a^y = 0 \\ b^x + b^y = 0 \end{cases}$ называется пара чисел $(x_{0,}y_0)$, которая каждое уравнение этой системы обращает в верное числовое равенство.

Пример. Решите систему уравнений: $\begin{cases} 27^x = 9^y \\ 81^x = 3^{y+1} \end{cases}$. Приводим к общему основанию первое и второе уравнение, получаем $\begin{cases} 3^{3x} = 3^{2y} \\ 3^{4x} = 3^{y+1} \end{cases}$, опускаем основания, получаем систему уравнений вида $\begin{cases} 3x = 2y \\ 4x = y + 1 \end{cases}$, решая эту систему, получаем ответ x = 2,5 и y = 9. Ответ x = 2.5 и y = 9.

Способы решения систем линейных неравенств:

Неравенства $f_1(x) < 0, f_2(x) < 0$, записанные в виде $\begin{cases} f_1(x) < 0 \\ f_2(x) < 0 \end{cases}$; образуют систему двух неравенств с одним неизвестным x. Неравенства могут содержать различные знаки неравенств $<, \leq, >, \geq$. Система может содержать большее количество неравенств.

Способ решения системы неравенств:

1.Находят решение каждого неравенства системы.
2.Изображают найденные решения на числовой прямой.
3.Находят пересечение решений всех неравенств.

Множество решений системы может иметь различную структуру: содержать одну или несколько изолированных точек; являться промежутком числовой прямой; быть объединением изолированных точек и промежутков. Решение системы может не содержать ни одной точки; в этом случае система решений не имеет.

Пример. Решите систему неравенств: $\begin{cases} 27^{x} > 9^{x} \\ 81^{x} \leq 3^{x+1} \end{cases}$. Приводим к общему основанию первое и второе неравенство, получаем $\begin{cases} 3^{3x} > 3^{2x} \\ 3^{4x} \leq 3^{x+1} \end{cases}$, опускаем основания, получаем систему уравнений вида $\begin{cases} 3x > 2x \\ 4x \leq x+1 \end{cases}$, решая эту систему, получаем ответ $0 < x \leq \frac{1}{3}$. Ответ $0 < x \leq \frac{1}{3}$

ЗАДАНИЕ: Найдите решение систем уравнений и неравенств.

Вариант1.

1.Решите систему уравнений: a)$\begin{cases} 9^{x+y} = 729 \\ 3^{x-y-1} = 1 \end{cases}$; b)$\begin{cases} 2^{x} - 2^{y} = 16 \\ x + y = 9 \end{cases}$; c)$\begin{cases} 3^{x} - 2^{2y} = 77 \\ \sqrt{3^{x}} - 2^{y} = 7 \end{cases}$;

2. Решите систему неравенств: a)$\begin{cases} 5^{x-y} > 25 \\ 2^{6x-y-1} \leq 1 \end{cases}$; b)$\begin{cases} 3^{x} + 3^{y} \geq 28 \\ x - y < 3 \end{cases}$; c)$\begin{cases} 4^{x} \cdot 4^{y} < 64 \\ 4^{x} - 4^{y} \geq 63 \end{cases}$.

Вариант2.

1.Решите систему уравнений: a)$\begin{cases} 3^{x+y} = 81 \\ 2^{x-y-1} = 1 \end{cases}$; b)$\begin{cases} 3^{x} - 3^{y} = 27 \\ x + y = 3 \end{cases}$; c)$\begin{cases} 4^{x} - 2^{2y} = 64 \\ \sqrt{4^{x}} - 2^{y} = 16 \end{cases}$;

2. Решите систему неравенств: a)$\begin{cases} 6^{x-y} > 36 \\ 7^{6x-y-1} \leq 1 \end{cases}$; b)$\begin{cases} 2^{x} + 2 \geq 32 \\ x - y < 3 \end{cases}$; c)$\begin{cases} 2^{x} \cdot 2^{y} < 64 \\ 4^{x} - 4^{y} \geq 63 \end{cases}$.

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №13

Решение показательных уравнений и неравенств с преобразованием

Цель: научиться решать смешанные уравнения и неравенства, содержащие показательные уравнения и неравенства.

Теоретический материал:

Показательные уравнения. Показательным уравнением называется уравнение, в котором неизвестное x входит только в показатели степени при некоторых постоянных основаниях. Рассмотрим систематику показательных выражений и способы решения уравнений. Так как показательная функция x a монотонна и ее область значений $(0;\infty)$, то простейшее показательное уравнение $a^x = b$ имеет единственный корень при $b > 0$. Именно к виду $a^x = b$ надо сводить более сложные уравнения. Уравнения, решаемые разложением на множители Одним из наиболее распространенных преобразований является разложение уравнения на множители. В частности, оно используется при различных основаниях степеней. Уравнения, решаемые с помощью замены неизвестной. Как и в уравнениях других видов, в случае показательных уравнений часто используется замена неизвестной. В ряде случаев для решения показательного уравнения приходится вводить две новые переменные и сводить уравнение к однородному.

Решение уравнений вида $a^{f(x)} = b^{f(x)}$

Разделив обе части уравнения на $b^{f(x)} \neq 0$,

получим $\frac{a^{f(x)}}{b^{f(x)}} = 1$, где $a > 0$, $b > 0$, $a \neq 1$, $b \neq 1$. $\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = 1$, отсюда $f(x) = 0$

Метод введения новой переменной

1. Уравнения вида $ma^{2f(x)} + na^{f(x)} + p = 0$ решается подстановкой $y = a^{f(x)}$, $y > 0$, при котором получается квадратное уравнение. Метод сведения к квадратному уравнению состоит в том, что нужно преобразовать уравнения к такому виду, чтобы некоторую показательную функцию обозначить новой переменной, получив при этом квадратное уравнение относительно этой переменной.

2. Уравнения вида $ma^{2f(x)} + na^{f(x)}b^{f(x)} + qb^{2f(x)} = 0$, где $m \neq 0$, $n \neq 0$ решается делением обеих частей уравнения на $a^{2f(x)} \neq 0$ или $b^{2f(x)} \neq 0$. Далее выполняется подстановка$(b/a)^{f(x)} = t$, где $t > 0$, и решается квадратное уравнение.

Показательные неравенства

Решение показательных неравенств основано на известном свойстве функции $y = a^x$: эта функция возрастает, если $a > 1$ и убывает, если $0 < a < 1$. Соответственно при опускании основания знак в неравенстве не меняется, если $a > 1$, знак в неравенстве меняется, если $0 < a < 1$. Общие принципы решения показательных неравенств такие же, как и при решении показательных уравнений (смотри выше).

ЗАДАНИЕ

<u>1 вариант</u>

1. Решите неравенство:

а)$0{,}04^x - 26 \cdot 0{,}2^x + 25 \leq 0$

б) $3{,}7^{\frac{x^2+2x-15}{x-4}} > 1$

в) $x^2 \cdot 3^x - 3^{x+1} \leq 0$

2. Решите уравнение:

$6^x - 3^x = 2^x - 1$

3.Укажите положительный корень :

$2^{3x+1} - 2^{2x} = 2^{x+1} - 1$

<u>2 вариант</u>

1. Решите неравенство:

а) $9^x - 84 \cdot 3^{-2x} + \frac{1}{3} > 0$

б) $4^{x^2+x-11} < 16^{x^2-3x}$

в) $x^2 \cdot 5^x - 5^{2-x} < 0.$

2. Решите уравнение:

$6^{x+1} - 18 \cdot 2^x = 3^{x+1} - 9$

3.Укажите положительный корень:

$4^{5x} - 4^{2x-1} = 4^{3x+1} - 1$

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №14
Вычисление и сравнение логарифмов

Цель: научиться выполнять действия на применение основного логарифмического тождества, свойств логарифмов..

Теоретический материал.

Логарифм положительного числа *b* по основанию *a*, где *a > 0, a ≠ 1*– это показатель степени, в которую нужно возвести числа *a*, чтобы получить *b*

$$\log_a b = x \iff a^x = b \text{ где } a > 0, a \neq 1, b > 0$$

Пример. $\log_2 16 = 4$, т.к. $2^4 = 16$

Основное логарифмическое тождество $a^{\log_a b} = b$

Свойства логарифмов

$1) \log_a a = 1$

$2) \log_a 1 = 0$

$3) \log_a b^m = m \cdot \log_a b$

$4) \log_a b_1 \cdot b_2 = \log_a b_1 + \log_a b_2$

$5) \log_a \dfrac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$

Формулы перехода

$1) \log_{a^k} b = \dfrac{1}{k} \log_a b$

$2) \log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

$3) \log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

Десятичный логарифм – логарифм по основанию 10, обозначается $\lg a$, т.е. $\lg a = \log_{10} a$

Натуральный логарифм – логарифм по основанию *e*, где *e* – экспонента, $e \approx 2{,}7$, обозначается $\ln a$, т.е. $\ln a = \log_e a$

Логарифмирование - нахождение логарифма числа по заданному числу
Потенцирование - нахождение числа по заданному логарифму.

Пример. Вычислите значение логарифма: а) $\log_4 \frac{1}{128}$, б) $\log_2 0.125$, в) $\log_{\frac{1}{16}} \sqrt[5]{256}$

Решение:

а) $\log_4 \frac{1}{128} = \log_{2^2} 2^{-7} = -\frac{7}{2}\log_2 2 = -3.5$

б) $\log_2 0.125 = \log_2 2^{-3} = -3\log_2 2 = -3$

в) $\log_{\frac{1}{16}} \sqrt[5]{256} = \log_{4^{-2}} 4^{\frac{4}{5}} = -\frac{4}{5\cdot 2}\log_4 4 = -0.4$

Пример. Вычислите значение логарифма: а) $\log_{\frac{2}{3}} \log_{343} 49$, б) $\log_{\sqrt{2}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$

Решение:

а) $\log_{\frac{2}{3}} \log_{343} 49 = \log_{\frac{2}{3}} \log_{7^3} 7^2 = \log_{\frac{2}{3}} \frac{2}{3} = 1$

б) $\log_{\sqrt{2}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = \log_{\sqrt{2}} \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \log_{\sqrt{2}} 2 = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2 = 2$

Пример. Вычислите значение числа: $8^{\log_{64} 12}$
Решение:

$8^{\log_{64} 12} = 2^{3\log_{2^6} 12} = 2^{\frac{1}{2}\log_2 12} = 2^{\log_2 \sqrt{12}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

Пример. Вычислите $\log_4 192 - \log_4 3$
Решение:

$\log_4 192 - \log_4 3 = \log_4 (\frac{192}{3}) = \log_{2^2} 2^6 = 6\cdot\frac{1}{2}\cdot\log_2 2 = 3\log_2 2 = 3$

Пример. Вычислите значение числа: а) $12^{1+\log_{12} 4}$, б) $(7)^{2+\log_7 3}7$
Решение:
а) $12^{1+\log_{12} 4} = 12^{\log_{12} 12 + \log_{12} 4} = 12^{\log_{12} 48} = 48$
б) $(7)^{2+\log_7 3} = 7^2\cdot 7^{\log_7 3} = 49\cdot 3 = 147$

Сравнение логарифмов

Правило сравнения логарифмов основывается на монотонности логарифмической функции: логарифмическая функция y = $\log_a x$ на промежутке x > 0 при a > 1 монотонно возрастает и при 0 $< a < 1$ монотонно убывает. Если a > 1, логарифмическая функция на промежутке 0 $< x < 1$ принимает отрицательные значения, а на промежутке x > 1 – положительные значения. Если 0 $< a < 1$, логарифмическая функция на промежутке 0 $< x < 1$ принимает положительные значения, а на промежутке x > 1 – отрицательные значения.

Например: сравните выражения $\log_3 15$ и $\log_3 51$, т.к. основание $3 > 1$, то функция возрастает, значит $15 < 51$ следовательно $\log_3 15 < \log_3 51$

ЗАДАНИЕ

Вариант 1

1. Вычислите: 1) $\log_3 \frac{1}{81}$; 2) $\log_{16} 1$; 3) $\log_{\frac{1}{3}} 9$; 4) $1{,}7^{\log_{1,7} 51}$; 5) $6^{1+\log_6 12}$; 6) $4^{2\log_4 3}$; 7) $\log_{12} 4 + \log_{12} 36$; 8) $\log_{0,3} 9 - 2\log_{0,3} 10$.

2. Сравните выражения: 1) $\log_5 \frac{1}{5}$ и $\log_5 25$; 2) $-\log_3 3$ и $\log_{\frac{1}{3}} 3$; 3) $\log_6 36$ и $6^{\log_6 36}$; 4)$\log_3 2 + \log_3 7$ и $\log_3(2+7)$; 5)$3\log_7 2$ и $\log_7(3-2)$.

Вариант 2

1. Вычислите: 1) $\log_5 125$; 2) $\log_{343} 1$; 3) $\log_{\frac{1}{2}} 64$; 4) $3{,}8^{\log_{3,8} 11}$; 5) $10^{1-\log_{10} 5}$; 6) $5^{3\log_5 6}$; 7) $\log_{10} 13 - \log_{10} 130$; 8) $\log_2 49 + 2\log_2 \frac{4}{7}$.

2. Сравните выражения: 1) $\log_6 \frac{1}{6}$ и $\log_6 36$; 2) $-\log_4 4$ и $\log_{\frac{1}{4}} 4$; 3) $\log_5 25$ и $6^{\log_6 36}$; 4)$\log_3 5 + \log_3 4$ и $\log_3(5+4)$; 5)$3\log_7 2$ и $\log_7(6-5)$

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа №15

Логарифмические уравнения и неравенства

Цель: научиться решать логарифмические уравнения и неравенства

Теоретический материал:

Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма, называются логарифмическими. Такие уравнения решаются с помощью определения логарифма, теорем о логарифмах и утверждения, что если положительные числа равны, то и равны их логарифмы при данном основании и обратно, если логарифмы чисел равны, то равны и соответствующие им числа. Во всех случаях полученные решения необходимо проверить подстановкой их в данное уравнение и исключить посторонний корень. Часто используется формула перехода от одного основания к другому.

Пример. Решить уравнение $\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3$

Решение: ОДЗ: $\begin{cases} x+1>0 \\ x+3>0 \end{cases} \to x>-1; \ \to \log_2(x+1)\cdot(x+3)=\log_2 2^3 \to$ (x+1)(x+3)=8, решая это уравнение, получаем корни $x_1=1$ и x_2 =-5, т.к. -5 не входит в область определения функции, следовательно оно не является решением уравнения, значит корень уравнения x=1.

При решении простейших логарифмических неравенств необходимо использовать следующее правило: Если a > 1, то знак неравенства не меняется , т.е. x > b Если 0 < a < 1, то знак неравенства меняется на противоположный, т.е. x < b. При решении логарифмических неравенств необходимо проверить, входит ли полученное решение в область определения неравенства.

Пример. Решить неравенство lg(x +1) ≤ 2

Решение: ОДЗ: x+1>0, x$>-1 \to \log_{10}(x+1)\le\log_{10}10^2$, т.к.10$>1$, то x+1$\le 100$ $\to x\le 99$, далее находим пересечение промежутков x>-1 и $x\le 99 \ \to x\in(-1;99]$

ЗАДАНИЕ:

Вариант№1 1. Решите уравнение: a) $\log_7 9=2$; b)$\log_{\frac{1}{2}}(2x-4)=-2$; c) $\log_\pi(x^2+2x+3)=\log_\pi 6$; d) $\frac{2\log_{10}x}{\log_{10}(5x-4)}=1$. 2.Решите неравенства: a) $\log_7 8\le 4$; b)$\log_{\frac{1}{2}}(2x-4)\ge -2$; c) $\log_5(x^2+2x+3)<\log_5 3$

Вариант№2 1. Решите уравнение: a) $\log_7 12=2$; b)$\log_{\frac{1}{2}}(x-4)=-2$; c) $\log_\pi(x^2+2x+3)=\log_\pi 6$; d) $\frac{\log_{11}x}{\log_{11}(5x-4)}=1$. 2.Решите неравенства: a) $\log_2 8\le 6$; b)$\log_{\frac{1}{2}}(2x-4)\ge -4$; c) $\log_5(2x^2+4x+6)<\log_5 6$

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа № 16

Решение логарифмических уравнений и неравенств с преобразованием

Цель: закрепить навыки решения логарифмических уравнений и неравенств с применением различных преобразований.

Теоретический материал:

Логарифмическим называется уравнение, содержащее неизвестную переменную под знаком логарифма (в том числе в основании логарифма). При решении логарифмических уравнений пользуются определением логарифма, свойствами логарифма и правилами логарифмирования. Следует иметь в виду, что при решении логарифмических уравнений различными методами применяются преобразования, которые могут привести к приобретению посторонних корней. Эти корни можно обнаружить одним из следующих способов:

1. При их подстановке в исходное уравнение (сделать проверку).
2. Нахождением области определения исходного уравнения.

Решение логарифмического неравенства сводится к решению системы алгебраических неравенств. При составлении системы неравенств нужно помнить следующие свойства логарифмов:

1. Под знаком логарифма могут стоять только положительные выражения.
2. В основании логарифма могут стоять только положительные выражения, не равные 1. Если основание логарифма a≥1, то при переходе к логарифмируемым выражениям (потенцировании) знак неравенства сохраняется. Если основание логарифма $0 \leq a \leq 1$, то при переходе к логарифмируемым выражениям знак неравенства меняется на противоположный. При решении логарифмических неравенств, с учётом сделанных выше замечаний, используются те же самые приёмы, что и при решении логарифмических уравнений

Пример 1 Решите уравнение $\log_2(1-x) = 3 - \log_2(3-x).$

Решение:

$$\log_2(1-x) = 3 - \log_2(3-x),$$
$$\log_2(1-x) + \log_2(3-x) = 3,$$
$$\log_2((1-x)(3-x)) = \log_2 2^3,$$
$$\log_2((1-x)(3-x)) = \log_2 8,$$
$$(1-x)(3-x)) = 8,$$
$$3 - x - 3x + x^2 - 8 = 0,$$
$$x^2 - 4x - 5 = 0.$$
$$D = 16 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36.$$
$$x_1 = \frac{4+6}{2} = \frac{10}{2} = 5,$$
$$x_2 = \frac{4-6}{2} = \frac{-2}{2} = -1.$$

Проверка:

$$x_1 = 5 - \textit{не является корнем},$$
$$\textit{т.к.} D(\log_2 x) = R_+.$$

$$x_2 = -1$$
$$\textit{т.к.} D(\log_2 x) = R_+.$$

Ответ: нет корней.

Пример 2 Решите уравнение

$$\lg(2x^2 - 4x + 12) = \lg x + \lg(x+3).$$

Решение:

$\lg(2x^2-4x+12)=\lg(x\cdot(x+3)),$

$\lg(2x^2-4x+12)=\lg(x^2+3x),$

$2x^2-4x+12=x^2+3x,$

$2x^2-4x+12-x^2-3x=0,$

$x^2-7x+12=0.$

$D=49-4\cdot 1\cdot 12=49-48=1.$

$x_1=\dfrac{7+1}{2}=\dfrac{8}{2}=4,$

$x_2=\dfrac{7-1}{2}=\dfrac{6}{2}=3.$

Проверка.

$x_1=4.$

$\lg(2\cdot 4^2-4\cdot 4+12)=\lg 4+\lg(4+3),$

$\lg 28=\lg(4\cdot 7),$

$\lg 28=\lg 28,$

$28=28.$

$x_1=3.$

$\lg(2\cdot 3^2-4\cdot 3+12)=\lg 3+\lg(3+3),$

$\lg 18=\lg(3\cdot 6),$

$\lg 18=\lg 18,$

$18=18.$

Пример 3:Решите уравнение

$$\log_7(3x+4)=\log_7(5x+8).$$

Решение:

$3x+4=5x+8,$

$3x-5x=-4+8,$

$-2x=4,$

$x=-2.$

Проверка.

$x=-2-\textit{не является корнем},$

$\textit{т.к.} D(\log_2 x)=R_+.$

Ответ: нет корней.

Пример 4. Решите неравенство:

$$\log_2(x-3)+\log_2(x-2)\le 1.$$

Решение:

$\log_2((x-3)(x-2))\le\log_2 2^1.$

Логарифмическая функция $y=\log_2 t$ - возрастает, т.к. $a=2>1$ и $D(\log_2 t)>0$, поэтому:

$$\begin{cases}(x-3)(x-2)\le 2,\\ x-3>0,\\ x-2>0;\end{cases}\quad \begin{cases}x^2-2x-3x+6-2\le 0,\\ x>3,\\ x>2;\end{cases}\quad \begin{cases}x^2-5x+4\le 0,\\ x>3,\\ x>2.\end{cases}$$

$x^2-5x+4\le 0,$

$x^2-5x+4=0.$

$D=25-4\cdot 1\cdot 4=25-16=9.$

$x_1=\dfrac{5+3}{2}=\dfrac{8}{2}=4,$

$x_2=\dfrac{5-3}{2}=\dfrac{2}{2}=1.$

$$\begin{cases}1\le x\le 4,\\ x>3,\\ x>2.\end{cases}$$

<u>*Ответ:*</u> $(3;4]$.

Пример 5 Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2+2x-8)\ge -4.$$

Решение:

$\log_{\frac{1}{2}}(x^2+2x-8)\ge \log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-4},$

$\log_{\frac{1}{2}}(x^2+2x-8)\ge \log_{\frac{1}{2}}16.$

Логарифмическая функция $y=\log_{\frac{1}{2}}t$ - убывает, т.к. $a=\dfrac{1}{2}<1$ и $D(\log_{\frac{1}{2}}t)>0$, поэтому:

$$\begin{cases}x^2+2x-8\le 16,\\ x^2+2x-8>0.\end{cases}$$

$x^2+2x-8\le 16,$

$x^2+2x-8-16\le 0,$

$x^2+2x-24\le 0,$

$x^2+2x-24=0.$

$D=4-4\cdot 1\cdot(-24)=4+96=100$

$x_1=\dfrac{-2+10}{2}=\dfrac{8}{2}=4,$

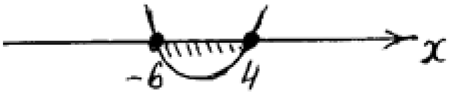
$x^2+2x-8>0,$

$x^2+2x-8=0.$

$D=4-4\cdot 1\cdot(-8)=4+32=36.$

$x_1=\dfrac{-2+6}{2}=\dfrac{4}{2}=2,$

$x_2 = \frac{-2-10}{2} = \frac{-12}{2} = -6.$



$x \in [-6;4]$

$x_2 = \frac{-2-6}{2} = \frac{-8}{2} = -4.$

$x \in (-4;2)$log

$x \in [-6;-4) \cup (2;4]$

Ответ: $[-6;-4) \cup (2;4]$.

ЗАДАНИЕ:

1 вариант

Часть 1. Выберите правильный ответ

1. Упростить выражение и найти x**:** lg$x$= lg 8 + 2 lg 5 – lg 10 - lg 2

1) 10; 2) -1; 3) -10; 4) 0.

2.Найдите корень уравнения $\log_2(3x+1) = 3$

1) 11; 2) 1; 3) -10; 4) $\frac{7}{3}$.

3. Решите неравенство $\log_3(4-2x) \geq 1$

1) (-∞; 0,5]; 2) (-∞; 2]; 3) [2; + ∞); 4) [0,5; + ∞).

4. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\log_4(4-x) + \log_4 2 = 1$

1) (-3; -1); 2) (0; 2); 3) [2; 3]; 4) [4; 8].

5.Вычислите $\log_2 \frac{b}{16}$, если $\log_2 b = 3$.

1) 1; 2) -7; 3) -1; 4) 7.

Часть 2.

<u>В заданиях 6 – 8 запишите краткий ответ:</u>

6. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{9}}(6-3x) > -1$

7. Найдите сумму корней уравнения $\log_3 x^2 = \log_3(9x-20)$

8. Найдите число целых отрицательных решений неравенства lg (x +5) ≤ 2 – lg 2

<u>В 9 задании запишите полное решение</u>

9. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2^{\log_2(3x-4)} = 8 \\ \log_9(x^2-y^2) - \log_9(x+y) = 0,5 \end{cases}$

2 вариант

Часть 1. Выберите правильный ответ

1. Упростить выражение и найти x**:** $\lg x = \lg 12 - \lg 3 + 2\lg 7 - \lg 14$

1) 14; 2) -1; 3) -10; 4) 0.

2.Найдите корень уравнения $\log_5(2x - 4) = 2$

1) 11; 2) 14,5; 3) -10; 4) $\frac{7}{3}$.

3. Решите неравенство $\log_8 (5 – 2x) > 1$

1) (-∞; -1,5); 2) (-10; 2,5); 3) (2,5; + ∞); 4) (-10; + ∞).

4. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\log_{0,4}(5 – 2x) – \log_{0,4}2 = 1$

1) (-∞; -2); 2) [-2; 1]; 3) [1; 2]; 4) (2; +∞).

5.Найдите значение выражения $\log_3(9b)$, если $\log_3 b = 5$.

1) 25; **2)** 10; **3)** -8; **4)** 7.

Часть 2.

<u>В заданиях 6 – 8 запишите краткий ответ:</u>

6. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(1-1{,}4x) < -1$.

7. Найдите сумму корней уравнения $\log_3(4x – 3) = 2 \log_3 x$

8. Найдите число целых отрицательных решений неравенства $\log_5(x - 2) \le 1$

<u>В 9 задании запишите полное решение</u>:

9.Решить систему уравнений $\begin{cases} 3^{\log_3(3y-x+24)} = 27 \\ \log_2(2x-2y) - \log_2(5-y^2) = 1 \end{cases}$

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
1 – 5	5	Каждый правильный ответ 1 балл
6 – 8	6	Каждый правильный ответ 2 балла
9	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу **– 14 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	**Число баллов, необходимое для получения отметки**
« **5**» (отлично)	13-14
« **4**» (хорошо)	8-12
« **3**» (удовлетворительно)	5-7
« **2** « (неудовлетворительно)	менее 5

Список рекомендуемой литературы

1. Башмаков М.И. Математика: учебник: Рекомендовано ФГАУ «ФИРО». — 7-е изд., стер., - М., ОИЦ «Академия», 2020
2. Башмаков М. Математика : учебник / Башмаков М., И. — Москва : КноРус, 2020. — 394 с. — ISBN 978-5-406-01567-4. — URL: https://book.ru/book/935689. — Текст : электронный.
3. Башмаков, М. И., Математика. Практикум : учебно-практическое пособие / М. И. Башмаков, С. Б. Энтина. — Москва : КноРус, 2023. — 294 с. — ISBN 978-5-406-10588-7. — URL:https://book.ru/book/945228 (дата обращения: 03.02.2023). — Текст : электронный.
4. Богомолов Н.В., практические занятия по математике: учебное пособие для средних специальных учебных заведений.- Изд.: Академия, 2014
5. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М. Алгебра и начала анализа 10-11.- Изд.: «Просвещение», 2014