Министерство образования и науки Республики Марий Эл
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Республики Марий Эл
«Йошкар-Олинский техникум сервисных технологий»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для студентов по выполнению практических работ по дисциплине
ОДб.07 Математика

Раздел 1. Повторение курса математики основной школы
Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве. Координаты и векторы в пространстве

40.02.01 Право и организация социального обеспечения

2023

РАССМОТРЕННО
на заседании ПЦК общеобразовательных и социально-гуманитарных дисциплин
Председатель ПЦК ______/ И.А. Галямова/
Протокол №1 от «30» 08 2023 г.

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора по УР
________/Н.П. Житомирова /
«30» 08 2023 г.

Составитель: Житомирова Н.П., преподаватель первой квалификационной категории ГБПОУ Республики Марий Эл «ЙОТСТ»

Рецензенты:
1) Николаева Е.А., преподаватель высшей квалификационной категории ГБПОУ Республики Марий Эл «ЙОТСТ»

Методические указания для студентов по выполнению практических работ.

Изложен ход практических работ, приведены задания для выполнения практических работ, контрольные вопросы, справочный материал, план отчета. Методические указания предназначены в первую очередь для студентов, а также преподавателей учреждений среднего профессионального образования

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	4
1	Указания к выполнению практических работ	8
2	Правила выполнения работы	8
3	Критерии оценки	8
4	Методические указания по выполнению практических работ	9
4.1	Практическая работа 1 Решение квадратных неравенств.	9
4.2	Практическая работа 2. Решение уравнений и неравенств. и их систем.	11
4.3	Практическая работа 3. Решение профессиональных задач с процентами.	15
4.4	Практическая работа 4 Разработка профессиональных задач с процентами.	21
4.5	Практическая работа 6 Решение задач на признаки и свойства параллельности плоскостей.	22
4.6	Практическая работа 7 Решение задач на перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве	25
4.7	Практическая работа 8 Операции над векторами в пространстве	29
	Литература	34

Введение

Настоящие методические указания составлены в соответствии с рабочей программой по дисциплине ОДб.07 Математика для студентов специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения.

Освоение содержания учебной дисциплины «Математика» обеспечивает достижение студентами следующих предметных результатов:

ПР 1. оперировать понятиями: рациональное и действительное число, обыкновенная и десятичная дробь, проценты; оперировать понятиями: натуральное, целое число, использовать признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач; выполнять арифметические операции с рациональными и действительными числами; выполнять приближённые вычисления, используя правила округления, делать прикидку и оценку результата вычислений;

ПР 2. оперировать понятиями: степень с целым показателем, стандартная форма записи действительного числа, корень натуральной степени, использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных;

ПР 3. оперировать понятием: степень с рациональным показателем;

ПР 4. оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы; выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы, оперировать понятиями: логарифмическое уравнение и неравенство, решать основные типы логарифмических уравнений и неравенств

ПР 5. оперировать понятиями: синус, косинус и тангенс произвольного угла, использовать запись произвольного угла через обратные тригонометрические функции

ПР 6. оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, целое, рациональное, иррациональное уравнение, неравенство, тригонометрическое уравнение;

ПР 7. выполнять преобразования тригонометрических выражений и решать тригонометрические уравнения; находить решения простейших тригонометрических неравенств

ПР 8. выполнять преобразования целых, рациональных и иррациональных выражений и решать основные типы целых, рациональных и иррациональных уравнений и неравенств; применять свойства степени для преобразования выражений, оперировать понятиями: показательное уравнение и неравенство, решать основные типы показательных уравнений и неравенств

ПР 9. оперировать понятиями: система линейных уравнений и её решение, использовать систему линейных уравнений для решения практических задач; находить решения простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств

ПР 10. применять уравнения и неравенства для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни; моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры

ПР 11. оперировать понятиями: функция, способы задания функции, область определения и множество значений функции, график функции, взаимно обратные функции; оперировать понятиями: чётность и нечётность функции, нули функции, промежутки знакопостоянства;

ПР 12. оперировать понятиями: периодическая функция, промежутки монотонности функции, точки экстремума функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, использовать их для исследования функции, заданной графиком

ПР 13. строить и читать графики линейной функции, квадратичной функции, степенной функции с целым показателем; использовать графики функций для решения уравнений; изображать на координатной плоскости графики линейных уравнений и использовать их для решения системы линейных уравнений;

ПР 14. оперировать понятиями: графики показательной, логарифмической и тригонометрических функций, изображать их на координатной плоскости и использовать для решения уравнений и неравенств

ПР 15. использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами

ПР 16. оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии; оперировать понятиями: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии; задавать последовательности различными способами; использовать свойства последовательностей и прогрессий для решения реальных задач прикладного характера

ПР 17. оперировать понятиями: множество, операции над множествами; использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов;

ПР 18. оперировать понятиями: определение, теорема, следствие, доказательство

ПР 19. оперировать понятиями: непрерывная функция, производная функции, использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач; находить производные элементарных функций, вычислять производные суммы, произведения, частного функций;

ПР 20. использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы, применять результаты исследования к построению графиков; использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах;

ПР 21. оперировать понятиями: первообразная и интеграл, понимать геометрический и физический смысл интеграла; находить первообразные элементарных функций, вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница; решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа

ПР 22. оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость; применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач;

ПР 23. оперировать понятиями: параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей; классифицировать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;

ПР 24. оперировать понятиями: двугранный угол, грани двугранного угла, ребро двугранного угла, линейный угол двугранного угла, градусная мера двугранного угла;

ПР 25. оперировать понятиями: многогранник, выпуклый и невыпуклый многогранник, элементы многогранника, правильный многогранник; распознавать основные виды многогранников (пирамида, призма, прямоугольный параллелепипед, куб); классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации (выпуклые и невыпуклые многогранники, правильные многогранники, прямые и наклонные призмы, параллелепипеды);

ПР 26. оперировать понятиями: секущая плоскость, сечение многогранников; объяснять принципы построения сечений, используя метод следов; строить сечения многогранников методом следов, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;

ПР 27. решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление расстояний между двумя точками, от точки до прямой, от точки до плоскости, между скрещивающимися прямыми; решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление углов между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями, двугранных углов;

ПР 28. вычислять объёмы и площади поверхностей многогранников (призма, пирамида) с применением формул, вычислять соотношения между площадями поверхностей, объёмами подобных многогранников;

ПР 29. оперировать понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры;

ПР 30. извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках; применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме;

ПР 31. оперировать понятиями: цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, цилиндр, коническая поверхность, образующие конической поверхности, конус, сферическая поверхность распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар);; объяснять способы получения тел вращения классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;; оперировать понятиями: шаровой сегмент, основание сегмента, высота сегмента, шаровой слой, основание шарового слоя, высота шарового слоя, шаровой сектор;

ПР 32. вычислять объёмы и площади поверхностей тел вращения, геометрических тел с применением формул;

оперировать понятиями: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения; вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел;

ПР 33. изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертёжных инструментов; выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения; извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;

ПР 34. оперировать понятием вектор в пространстве; выполнять действия сложения векторов, вычитания векторов и умножения вектора на число, объяснять, какими свойствами они обладают; применять правило параллелепипеда;

ПР 35. оперировать понятиями: декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные и компланарные векторы; находить сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам; задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;

ПР 36. решать простейшие геометрические задачи на применение векторно-координатного метода;

ПР 37. применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме; решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные методы при решении стандартных математических задач; применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;

ПР 38. приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве;

ПР 39. применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

ПР 40. читать и строить таблицы и диаграммы; оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных;

ПР 41. оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт) и случайное событие, элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности в опытах с равновозможными случайными событиями, находить и сравнивать вероятности событий в изученных случайных экспериментах;

ПР 42. находить и формулировать события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию, пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач; оперировать понятиями: условная вероятность, независимые события, находить вероятности с помощью правила умножения, с помощью дерева случайного опыта;

ПР 43. применять комбинаторное правило умножения при решении задач;

ПР 44. оперировать понятиями: испытание, независимые испытания, серия испытаний, успех и неудача, находить вероятности событий в серии независимых испытаний до первого успеха, находить вероятности событий в серии испытаний Бернулли;

ПР 45. оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения; сравнивать вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм; оперировать понятием математического ожидания, приводить примеры, как применяется математическое ожидание случайной величины находить математическое ожидание по данному распределению; иметь представление о законе больших чисел; иметь представление о нормальном распределении.

Практические работы выполняются для закрепления и систематизации теоретических знаний студентов по дисциплине и приобретения необходимых практических умений, развитию навыков самостоятельной работы.

Выполнение практических работ предусматривает применение необходимых формул и проведение соответствующих расчетов.

Цель методических указаний - обеспечить четкую организацию проведения практических занятий со студентами и предоставить возможность студентам, отсутствовавшим на практическом занятии, самостоятельно выполнить работу.

1. Указания к выполнению практических работ

1. Практические работы нужно выполнять в специально отведенной тетради в клетку, чернилами синего или черного цвета.
2. Условие каждого задания переписывается полностью или делается краткая запись «Дано» (если это возможно), затем выполняется решение задания и записывается ответ. Иногда ответ можно не записывать (ответом служит график, таблица и т.п.).
3. Все рисунки и схемы выполняются карандашом, с помощью линейки.
4. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.
5. Задания можно выполнять в произвольном порядке
6. После получения проверенной преподавателем работы студент должен в этой же тетради исправить все отмеченные ошибки и недочеты. Вносить исправления в сам текст работы после ее проверки запрещается.

2. Правила выполнения работы

1. Прочитайте название практической работы, уясните для себя цель работы.
2. Внимательно прочитайте пояснения к работе.
3. Разберите решения типовых примеров.
4. Выполните задания по вариантам.
5. Оформите отчет и сдайте тетрадь на проверку преподавателю.

3. Критерии оценки

Оценка «5» ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

4. Методические указания к выполнению практических работ

4.1 Практическая работа 1 Решение квадратных неравенств

Цель: обобщить и систематизировать метод решения квадратных неравенств.

Пояснения к работе

Квадратным неравенством называется неравенство внда $ax^2+bx+c>0$ (нлн $ax^2+bx+c<0$), где $a\neq 0$.

Известно, что графнком функцнн $y=ax^2+bx+c$ является парабола с ветвямн, направленнымн вверх прн $a>0$ н вннз прн $a<0$.

В завнснмостн от знака дискрнмннанта уравнення $ax^2+bx+c=0$ возможны трн случая:

1) $b^2-4ac>0$ (уравненне нмеет два разлнчных корня н парабола пересекает ось Ox в двух точках; рнс. 1, *а*, *б*);

2) $b^2-4ac=0$ (уравненне нмеет два равных корня н вершнна параболы лежит на осн Ox; рнс. 2, *а*, *б*);

3) $b^2-4ac<0$ (уравнение не нмеет корней н парабола не пересекает ось Ox; рнс. 3, *а*, *б*).

Поэтому нмеем шесть случаев разлнчных положенні параболы, являющейся графнком функцни $y=ax^2+bx+c$ (рнс. 1—3).

Используя графнкн и знак днскрнмннанта, можно легко решать квадратные неравенства.

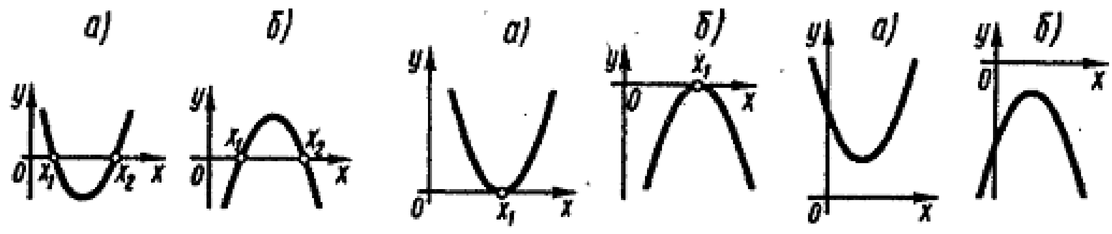


Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3

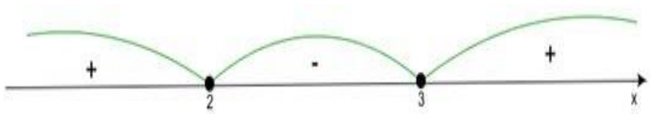
<u>Алгоритм решения квадратных неравенств методом интервалов:</u>

- Находим нули квадратного трехчлена ax^2+bx+c из левой части квадратного неравенства.
- Изображаем координатную прямую и при наличии корней отмечаем их на ней. Причем если решаем строгое неравенство, то отмечаем их пустыми (выколотыми) точками, а если решаем нестрогое неравенство – то обычными точками. Они разбивают координатную ось на промежутки.
- Определяем, какие знаки имеют значения трехчлена на каждом промежутке (если на первом шаге были найдены нули) или на всей числовой прямой (если нулей нет), как это сделать расскажем чуть ниже. И проставляем над этими промежутками + или − в соответствии с определенными знаками.
- Если решаем квадратное неравенство со знаком > или ≥, то наносим штриховку над промежутками со знаками +, если же решаем неравенство со знаком < или ≤, то наносим штриховку над промежутками со знаком −. В результате получаем геометрический образ некоторого числового множества, которое и является искомым решением неравенства.
- Записываем ответ.

Пример. Решить неравенство: $x^2 - 5x + 6 \geq 0.$

Решение.

1) Находим нули функции $f(x) = x^2 - 5x + 6$
2) Решаем квадратное уравнение $x^2 - 5x + 6 = 0$, корни уравнения $x = 3,\ x = 2$
3) Изображаем координатную прямую и отмечаем корни уравнения на ней. Так как нестрогое неравенство, то точки закрашены. Определяем, какие знаки имеют значения трехчлена на каждом промежутке. Проставляем над этими промежутками + или − в соответствии с определенными знаками



Ответ: $x \in (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$

Задание и ход работы

1. Решите неравенства по вариантам
2. Ответить на контрольные вопросы

1) $3x^2+7x-6>0$; 2) $-4x^2+13x+12\geqslant 0$;
3) $x^2-5x+6<0$; 4) $-x^2+2x+8\leqslant 0$;
5) $4x^2-4x+1\geqslant 0$; 6) $-9x^2+12x-4>0$;
7) $-x^2+12x-36\leqslant 0$; 8) $16x^2-8x+1<0$;
9) $2x^2-4x+13>0$; 10) $-3x^2+2x-5>0$;
11) $3x^2-2x+5<0$; 12) $-4x^2+x-5<0$;
13) $-3x^2+5x+2>0$; 14) $x^2-8x-20\leqslant 0$;
15) $-x^2-6x+27<0$; 16) $2x^2-13x+20>0$;
17) $2x^2-x+4<0$; 18) $-x^2+12x-36\leqslant 0$;
19) $x^2-1>0$; 20) $x^2-4<0$; 21) $2x^2-5x<0$; 22) $-x^2+3x>0$.

Вариант 1 - № 1, 5, 9, 13, 17.
Вариант 2. - № 2, 6, 10, 14, 18.
Вариант 3. - № 3, 7, 11, 15, 19.
Вариант 4. - № 4, 8, 12, 16, 20.

Содержание отчета

1. Название практической работы
2. Цель работы
3. Исходные данные по варианту
4. Необходимые вычисления
5. Ответы на контрольные вопросы

Контрольные вопросы

1. Что такое нули функции?
2. Как найти нули функции?
3. Как правильно расставить знаки на интервалах?
4. Когда точка на числовой оси «закрашена»?
5. Когда точка на числовой оси «выколота»?

4.2. Практическая работа 2 Решение уравнений и неравенств. и их систем

Цель: обобщить и систематизировать метод интервалов и умение его применять при решении квадратных и рациональных неравенств.

Пояснения к работе

Уравнение вида $ax=b$ при $a \neq 0$ называется линейным уравнением и имеет единственное решение $x = \frac{b}{a}$.

Квадратным уравнением называют уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где x - переменная; a, b, c, - действительные числа, называемые коэффициентами квадратного уравнения, причем старший коэффициент $a \neq 0$. Коэффициент c называют свободным членом квадратного уравнения .

Выражение $b^2–4ac$, называют *дискриминантом* квадратного уравнения и обозначают через D.

При D<0 квадратное уравнение не имеет действительных корней, при D=0 квадратное уравнение имеет один единственный корень $x = -\frac{b}{2a}$, при D>0 квадратное уравнение имеет два различных действительных корня $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$.

Теорема Виета. Сумма корней приведенного квадратного уравнения $x^2+px+q=0$ равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену, т. е. $x_1+x_2=-p$, а $x_1 \cdot x_2=q$.

Обратная теорема Виета. Если p, q, x_1, x_2 таковы, что $x_1+x_2=-p$, $x_1 \cdot x_2=q$, то x_1 и x_2 - корни квадратного уравнения $x^2+px+q=0$.

Биквадратное уравнение – уравнение вида $ax^4+bx^2+c=0$, где $a \neq 0$.

Дробное уравнение – уравнение вида $\frac{ð(õ)}{q(x)} = 0$, где $p(x)$ и $q(x)$ – некоторые многочлены. Дробное уравнение равносильно системе $\begin{cases} p(x)=0 \\ q(x) \neq 0 \end{cases}$

Иррациональное уравнение – уравнение, в котором переменная содержится под знаком корня.

Основным методами решения иррациональных уравнений являются следующие:

1) метод возведения обеих частей уравнения в одну и ту же степень;
2) метод введения новых переменных.

При возведении обеих частей иррационального уравнения в четную степень возможно появление посторонних корней. Поэтому при использовании этого метода необходимо провести проверку.

Иррациональное неравенство – неравенство, в котором переменная содержится под знаком корня.

При решении иррациональных неравенств необходимо помнить, что при возведении в четную степень обеих частей неравенства получается равносильное неравенство только в том случае, если обе части неравенства неотрицательны. При возведении обеих частей неравенства в нечетную степень всегда получается равносильное неравенство.

Неравенство вида $\sqrt{f(x)} < g(x)$ равносильно системе неравенств

$$\begin{cases} f(x) \geq o, \\ g(x) > 0, \\ f(x) < \left(g(x)\right)^2 \end{cases}$$

Неравенство вида $\sqrt{f(x)} > g(x)$ равносильно совокупности двух систем:

$$\begin{cases} g(x) < 0, \\ f(x) \geq 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) \geq 0, \\ f(x) > \left(g(x)\right)^2 \end{cases}$$

Решение неравенств методом интервалов

Метод интегралов применяется для решения рациональных неравенств вида:

$$P(x) > 0; \frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0; P(x) < 0; \frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$$

где *P(x); Q(x)* – многочлены, приводимые к виду

$$P(x) = (x - x_1)(x_1 - x_2)...(x - x_n)$$

где $x_1, x_2, x_3, ...x_n$ - корни многочлена.

Метод интервалов основан на следующем свойстве непрерывных функций: если на интервале *(a;b)* функция *f(x)* непрерывна и не обращается в нуль, то она на этом интервале сохраняет постоянный знак.

Пример. Решите уравнение $\sqrt{x^2 + x - 1} = x$

Возведем обе части уравнения во вторую степень. Уравнение принимает вид: $x^2 + x - 1 = x^2$. Из этого уравнения находим: x=1

Сделаем проверку: если x=1 , то $\sqrt{1^2 + 1 - 1} = 1$ - верное числовое равенство. Значит, число 1 является корнем уравнения $\sqrt{x^2 + x - 1} = x$.

Пример. Решите неравенство $\sqrt{x^2 - 55x + 250} < x - 14$

Данное неравенство равносильно системе неравенств:

$$\begin{cases} x^2 - 55x + 250 < (x - 14)^2 \\ x^2 - 55x + 250 \geq 0 \\ x - 14 > 0 \end{cases}$$

Первое неравенство системы получили при возведении во вторую степень обеих частей исходного неравенства. Решив каждое неравенство системы, получим:

$$\begin{cases} x > 2 \\ x \leq 5; x \geq 50 \\ x > 14 \end{cases}$$

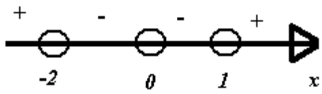
Множество решений данного неравенства: $x \in [50; +\infty)$.

Пример. Решить неравенство: $x^2(x+2)(x-1)^3(x^2+1) > 0$

Так как $x^2 + 1 > 0$ при любых значениях x, то данное неравенство равносильно неравенству: $x^2(x+2)(x-1)^3 > 0$

Функция $f(x) = x^2(x+2)(x-1)^3$ - непрерывна в каждой точке области определения $D_r = (-\infty; +\infty)$ и обращается в нуль при *x=0; x=-2; x=1.*

Эти точки разбивают координатную прямую на интервалы $(-\infty;-2)$; $(-2;0)$ $(0;1)$; $(1;+\infty)$, в каждой из которых функция сохраняет знак.
Отметим точки, в которых функция обращается в нуль, на координатной прямой а определим знак функции на каждом интервале.



$f(x) > 0$ при $x \in (-\infty;-2) \cup (1;+\infty)$.
Значит, множество решений данного неравенства: $x \in (-\infty;-2) \cup (1;+\infty)$.

Пример. Решите систему уравнений $\begin{cases} -2x + 3y = 7 \\ 4x + 6y = 1 \end{cases}$

Вычислим определитель системы: $\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = -2 \cdot 6 - 4 \cdot 3 = -24$.

Находим $\Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 7 \cdot 6 - 1 \cdot 3 = 39$, $\Delta y = \begin{vmatrix} -2 & 7 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = -2 \cdot 1 - 4 \cdot 7 = -30$

$x = \dfrac{39}{-24} = -\dfrac{13}{8}$, $y = \dfrac{-30}{-24} = \dfrac{5}{4}$, следовательно, решение системы - $\left(-\dfrac{13}{8}; \dfrac{5}{4}\right)$

Задание и ход работы

1. Решить задачи по вариантам
2. Ответить на контрольные вопросы

Вариант 1

1. Решите уравнения а) $\frac{14}{x^2-9} + \frac{1}{3-x} + \frac{4-x}{x+3} = 0$ б) $\sqrt{x+2} = x - 4$ в) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
2. Решите систему уравнений методом Крамера $\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ 3x + 4y = 25 \end{cases}$
3. Решите неравенства а) $3x^2 + 7x - 6 > 0$ б) $(x-1)^2 - 5 \le (x+4)^2$
4. Решите систему неравенств $\begin{cases} 5x - 3 > 1 + x \\ \frac{1}{2} - 3x < \frac{2}{3}x - 5 \end{cases}$

Вариант 2

1. Решите уравнения а) $\frac{3}{x-2} + \frac{2}{x-3} = \frac{4}{x-1} + \frac{1}{x-4}$ б) $x + \sqrt{3x+1} = x$ в) $x^4 - 34x^2 + 225 = 0$
2. Решите систему уравнений методом Крамера $\begin{cases} 2x - 7y = -8 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases}$
3. Решите неравенства а) $-4x^2 + 13x + 12 \ge 0$ б) $(x+1)^2 + 3x^2 < (2x-1)^2 - 18$
4. Решите систему неравенств $\begin{cases} 5 - x > 2x - 4 \\ 3x - 7 < 3 - 2x \end{cases}$

Вариант 3

1. Решите уравнения а) $\frac{2}{x^2-x+1} - \frac{1}{x+1} = \frac{2x-1}{x^3+1}$ б) $\sqrt{x^2+9} = 2x - 3$ в) $9x^4 - 37x^2 + 4 = 0$

2. Решите систему уравнений методом Крамера $\begin{cases} 7x - 5y = 13 \\ 4x - 3y = 7 \end{cases}$
3. Решите неравенства а) $\frac{2x+1}{3x+2} < 0$ б) $(2x + 1)^2 - 8 < (3 - 2x)^2$
4. Решите систему неравенств $\begin{cases} 3x + 7 > 7x - 9 \\ x - 3 < -3x + 1 \end{cases}$

Вариант 4

1. Решите уравнения а) $\frac{1}{2(1-y)} + \frac{5}{4y^2+4y+4} = \frac{3y}{y^3-1}$ б) $\sqrt{x^2 + 9} = 2x - 3$ в) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$
2. Решите систему уравнений методом Крамера $\begin{cases} 8x + 4y = 7 \\ 4x + 2y = 9 \end{cases}$
3. Решите неравенства а) $\frac{2x+3}{3x+2} \le 2$ б) $(x + 1)^2 + 8x^2 < (2 - 3x)^2 + 4$
4. Решите систему неравенств $\begin{cases} 6x - 7 > 5x - 1 \\ 3x + 6 > 8x - 4 \end{cases}$

Вариант 5

1. Решите уравнения а) $\frac{3}{x-2} + \frac{2}{x-3} = \frac{4}{x-1} + \frac{1}{x-4}$ б) $x + \sqrt{3x + 1} = x$ в) $9x^4 - 37x^2 + 4 = 0$
2. Решите систему уравнений методом Крамера $\begin{cases} 2x - 14 = 14 \\ 4x + 3y = -27 \end{cases}$
3. Решите неравенства а) $3x^2 + 7x - 6 > 0$ б) $(2x + 1)^2 - 8 < (3 - 2x)^2$
4. Решите систему неравенств $\begin{cases} 4x + 7 > 2x + 13 \\ 3x + 2 < 2x + 3 \end{cases}$

Вариант 6

5. Решите уравнения а) $\frac{2}{x^2-x+1} - \frac{1}{x+1} = \frac{2x-1}{x^3+1}$ б) $\sqrt{x^2 + 9} = 2x - 3$ в) $x^4 - 34x^2 + 225 = 0$
1. Решите систему уравнений методом Крамера $\begin{cases} 2x - 14 = 14 \\ 4x + 3y = -27 \end{cases}$
2. Решите неравенства а) $\frac{2x+3}{3x+2} \le 2$ б) $(x + 1)^2 + 3x^2 < (2x - 1)^2 - 18$
3. Решите систему неравенств $\begin{cases} 2 - 3x < 8 - 5x \\ 8 - 2x \ge x - 22 \end{cases}$

Содержание отчета

1. Название практической работы
2. Цель работы
3. Исходные данные по варианту
4. Необходимые вычисления
5. Ответы на контрольные вопросы

Контрольные вопросы

1. Какое уравнение называется квадратным? Как найти корни квадратного уравнения?
2. Какое уравнение называется дробно-рациональным? Что такое ОДЗ?
3. Какое уравнение называется иррациональным?
4. Что такое определитель второго порядка?
5. Когда система двух линейных уравнений имеет единственное решение?
6. Когда система двух линейных уравнений не имеет решение?

7. Когда система двух линейных уравнений имеет бесконечное множество решений?
8. Что является решением неравенства?

4.3. Практическая работа 3. Решение профессиональных задач с процентами

Цель - установить прикладной характер математики в юридической науке.

Пояснения к работе

Процент – это число, равное 1/100 части от данного числа.

Пример: 13% от числа N равно:

Способ 1: N/100·13 (где N/100 – сотая часть числа N, а значит N/100·13 – тринадцать таких частей.)

Способ 2: 0,13N (то есть перевести процент в так называемый "десятичный вид": 13/100=0,13)

Чтобы найти, сколько процентов составляет число A от числа B, нужно найти A/B·100%.

Чтобы найти, на сколько процентов число A больше (меньше) числа B, нужно найти, сколько процентов составляет число A от числа B, а затем из этого количества процентов отнять 100% (из 100% отнять найденное количество процентов).

Задание и ход работы

Применение математических расчетов в исследованных делах можно условно разделить на следующие группы:

1.Непосредственный расчет по формулам, утвержденным нормативно-правовыми актами.

Данный вид расчетов чаще всего используется для проверки правильности начисления платы за коммунальные услуги.

Например, для расчета оплаты за отопление используется более 10 формул!

2.Применение геометрических расчетов.

Споры в сфере гражданских правоотношений связанные с применением геометрических расчетов чаще всего возникают при покупке и оформлении жилых и нежилых помещений, земельных участков.

3.Расчет процентов (пени, неустойки, штрафы).

Исследование использования математических расчетов при рассмотрении гражданско-правовых споров, связанных с начислением процентов (пени, неустойки, штрафы)

Рассмотрим примеры из практики.

Пример 1.

К мировому судье судебного участка №1 города Смоленска с исковым заявлением обратился истец К. к Обществу с ограниченной ответственностью N. В обосновании исковых требований К. указал, что 09 января 2020 года приобрел товар: смартфон iPhone в обществе с ограниченной ответственностью N., что подтверждается товарным чеком от 09 января 2020.

25 января 2020 года товар был сдан истцом на гарантийное обслуживание в связи с обнаружением дефекта на экране. Истцом было написано заявление о принятии товара на гарантийный ремонт, что подтверждает квитанция о приёме от 25 января 2020 года.

Одновременно с этим истец запросил у ответчика аналогичный товар из подменного фонда на время нахождения товара на ремонте.

Аналогичное заявление было подано истцом 19 февраля 2020 года, когда товар вернулся с ремонта с трещиной на дисплее.

Потребитель, то есть частное лицо, которое приобрело товар для личного, не коммерческого использования, имеющий право на ремонт по гарантии принадлежащей ему вещи, имеет право потребовать предоставления аналогичного товара во временное пользование на период ремонта. Такие товары в совокупности составляют подменный фонд.

Подмена производится в обязательном порядке, если покупатель потребовал поменять или отремонтировать некачественную вещь и направил письменное заявление.

В Законе Российской Федерации от 07.02.1992 №2300-1 «О защите прав потребителей» в статье 20 говорится о том, что продавец обязан предоставить товар из подменного фонда в течение трех дней потребителю, вещь которого находится в ремонте. Аналогичное требование содержится в статье 21 в отношении товара, который подлежит замене в срок, превышающий 7 дней. Продавец не имеет права с потребителя требовать плату за подменный товар.

09 марта 2020 года, так как прошло 45 дней с момента нахождения товара в ремонте, и товар не был отремонтирован ответчиком, истец обратился к ответчику с заявлением о расторжении договора купли-продажи товара, возврате уплаченных за товар денежных средств, а также неустойки за отказ предоставить подменный фонд и компенсации причиненного морального вреда.

17 марта 2020 года истцу был заменен товар на новый аналогичный.

Однако требование истца о предоставлении подменного фонда, адресованное ответчику дважды, было оставлено ответчиком без рассмотрения. Истцу на весь срок нахождения товара в ремонте подменный фонд не был предоставлен.

Указанное говорит о нарушении прав и законных интересов истца со стороны ответчика.

За невыполнение требования истца о предоставлении ему на период ремонта товара подменного фонда ответчик обязан выплатить истцу неустойку (пени) в размере 1% от цены товара за каждый день просрочки (п. 1 ст. 23 Закона «О защите прав потребителей»).

Соответственно, размер неустойки, подлежащей оплате ответчиком истцу, рассчитывается следующим образом.

Стоимость товара – 53 991 рублей

Период просрочки – с 28 января 2020 года по 09 марта 2020 года (период нахождения товара на ремонте) – 42 дня

Значение неустойки (пени) – 1% в день

Итого размер неустойки – 53 991·42·1:100 = 22 676,22 рубля.

Соответственно, за нарушение прав и законных интересов истца (за непредставление подменного фонда на период нахождения товара в ремонте) ответчик обязан выплатить истцу неустойку (пени) в размере 22 676,22 (двадцать две тысячи шестьсот семьдесят шесть рублей двадцать две копейки) рублей.

Моральный вред, причиненный потребителю вследствие нарушения продавцом прав потребителя, предусмотренных законами и правовыми актами Российской Федерации, регулирующими отношения в области защиты прав потребителей, подлежит компенсации причинителем вреда при наличии его вины. Компенсация морального вреда осуществляется независимо от возмещения имущественного вреда и понесенных потребителем убытков (ст. 15 Закона «О защите прав потребителей»).

Также согласно п. 45 постановления Пленума Верховного Суда Российской Федерации от 28.06.2012 №17 «О рассмотрении судами гражданских дел по спорам о защите прав потребителей» при решении судом вопроса о компенсации потребителю морального вреда достаточным условием для удовлетворения иска является установленный факт нарушения прав потребителя.

Причиненный истцу моральный вред оценивается в размере 20 000 рублей.

Иск был подготовлен специалистами СМОЛЕНСКОГО ЦЕНТРА ПРАВА И СОЦИОЛОГИИ и передан Мировому судье судебного участка №1 города Смоленска.

После рассмотрения мировым судьей иска последний был удовлетворен, только размер морального вреда был уменьшен до 10000.

Пример 2.

Между гражданкой А., действующей за себя и в интересах несовершеннолетнего ребенка, (истцы) и обществом с ограниченной ответственностью О. (ответчик) 27 ноября 2019 года были заключены контракты №...1 и №....2, в рамках которых Истцам оказывались услуги по организации и проведению физкультурных, физкультурно-оздоровительных и спортивных мероприятий (контракты).

Сумма денежных средств, внесенных истцами ответчику в качестве оплаты по контрактам, в совокупном размере составила 30 800 (тридцать тысяч восемьсот) рублей, из которых 15 900 рублей – стоимость контракта в отношении А., а 14 900 рублей – стоимость контракта в отношении несовершеннолетнего ребенка.

23 июля 2020 года истцы обратились к ответчику с заявлениями о расторжении контрактов по причине смены места жительства и возврате денежных средств за неиспользованный период действия абонемента.

Согласно расчету, составленного сотрудниками ответчика, истцам полежало возврату 7 712 (семь тысяч семьсот двенадцать) рублей по Контракту №....1 и 8 575 (восемь тысяч пятьсот семьдесят пять) рублей по Контракту №....2. Общая сумма к возврату составляла 16 287 (шестнадцать тысяч двести восемьдесят семь) рублей.

Однако истцам после обращения к ответчику с указанными заявлениями денежные средства не были возвращены.

Посчитав свои права нарушенными, истцы обратились к ответчику с досудебной претензией, в которой просили в добровольном порядке в течение 10 дней с момента получения претензии расторгнуть контракты, а также выплатить истцам 16 287 рублей убытков, 50 000 рублей в счет компенсации морального вреда и 2 500 рублей в счет компенсации расходов по составлению досудебной претензии.

За составлением досудебной претензии истцы обратились в общество с ограниченной ответственностью «СМОЛЕНСКИЙ ЦЕНТР ПРАВА И СОЦИОЛОГИИ», заплатив за оказанные услуги 2 500 (две тысячи пятьсот) рублей.

Рассмотрев указанную претензию истцов, ответчик выплатил истцам 16 287 рублей убытков, что подтверждается платежным поручением от 14 декабря 2020 года.

Однако в удовлетворении иных требований истцов ответчик отказал.

Данный факт свидетельствует о нарушении прав и законных интересов истцов в силу следующего.

Согласно п. 1 ст. 779 Гражданского кодекса Российской Федерации (далее также - ГК РФ) по договору возмездного оказания услуг исполнитель обязуется по заданию заказчика оказать услуги (совершить определенные действия или осуществить определенную деятельность), а заказчик обязуется оплатить эти услуги.

Согласно ст. 450 ГК РФ изменение и расторжение договора возможны по соглашению сторон, если иное не предусмотрено ГК РФ, другими законами или договором.

Ввиду п. 1 ст. 782 ГК РФ заказчик вправе отказаться от исполнения договора возмездного оказания услуг при условии оплаты исполнителю фактически понесенных им расходов.

Аналогичные условия изложены и в ст. 32 Закона Российской Федерации «О защите прав потребителей», согласно которой предусматривается право потребителя на отказ от исполнения договора о выполнении работ (оказании услуг).

Согласно ст. 309 ГК РФ обязательства должны исполняться надлежащим образом в соответствии с условиями обязательства и требованиями закона, иных правовых актов, а при отсутствии таких условий и требований - в соответствии с обычаями или иными обычно предъявляемыми требованиями.

В силу положений ст. 15 ГК РФ лицо, право которого нарушено, может требовать полного возмещения причиненных ему убытков, если законом или договором не предусмотрено возмещение убытков в меньшем размере.

Под убытками понимаются расходы, которые лицо, чье право нарушено, произвело или должно будет произвести для восстановления нарушенного права, утрата или повреждение его имущества (реальный ущерб), а также неполученные доходы, которые это лицо получило бы при обычных условиях гражданского оборота, если бы его право не было нарушено (упущенная выгода).

23 июля 2020 года истцы обратились к ответчику с заявлениями, в которых просили расторгнуть контракты и вернуть денежные средства за неиспользованный период в размере 16 287 рублей.

Истцами на основании п. 1 ст. 31 Закона РФ «О защите прав потребителей» был установлен 10-дневный срок для возврата указанных денежных средств (в срок до 02 августа 2020 года).

Однако, как уже указывалось ранее, оплату данных средств ответчик произвел истцам только лишь 14 декабря 2020 года.

Согласно п. 5 ст. 28 Закона РФ «О защите прав потребителей» в случае нарушения установленных сроков, назначенных потребителем, исполнитель уплачивает потребителю за каждый день просрочки неустойку (пеню) в размере **трех процентов** цены выполнения работы (оказания услуги).

Таким образом, за просрочку выплаты истцам денежных средств в счет возврата причиненных убытков ответчик обязан выплатить истцам неустойку (пеню), размер которой определяется следующим образом:

Задолженность 16287,00 рублей

Процент 3%

Начало периода: 03.08.2020

Конец периода: 14.12.2020

Период просрочки: 134 дня

Расчет процентов по задолженности: 16287,00·134·3:100=65473,74 руб.

Надо учесть, что сумма взысканной потребителем неустойки (пени) не может превышать 100% цены задолженности, поэтому ответчик обязан выплатить истцам неустойку (пеню) за нарушение сроков возмещения убытков в размере 16 287 (шестнадцать тысяч двести восемьдесят семь) рублей.

Моральный вред, причиненный потребителю вследствие нарушения прав потребителя, предусмотренных законами и правовыми актами Российской Федерации, регулирующими отношения в области защиты прав потребителей, подлежит компенсации причинителем вреда при наличии его вины.

Компенсация морального вреда осуществляется независимо от возмещения имущественного вреда и понесенных потребителем убытков (ст. 15 Закона РФ «О защите прав потребителей»).

Также согласно п. 45 постановления Пленума Верховного Суда Российской Федерации от 28.06.2012 года №17 «О рассмотрении судами гражданских дел по спорам о защите прав потребителей» при решении судом вопроса о компенсации потребителю морального вреда достаточным условием для удовлетворения иска является установленный факт нарушения прав потребителя.

Причиненный Истцам моральный вред оценивается в размере 25 000 рублей каждому, а всего 50 000 рублей.

В силу п. 6 ст. 13 Закона РФ «О защите прав потребителей» при удовлетворении судом требований потребителя, установленных законом, суд взыскивает с изготовителя (исполнителя, продавца, уполномоченной организации или уполномоченного индивидуального предпринимателя, импортера) за несоблюдение в добровольном порядке удовлетворения требований потребителя штраф в размере пятьдесят процентов от суммы, присужденной судом в пользу потребителя.

Дело рассмотрено в Мировом судебном участке №10 в городе Смоленске и по решению мирового судьи с Ответчика в пользу Потребителя действующего в собственных интересах, а также в интересах несовершеннолетнего лица 10000 (десять тысяч) рублей в счет компенсации морального вреда, 16287 (шестнадцать тысяч двести восемьдесят семь) рублей в качестве неустойки за несвоевременное удовлетворение требований потребителя , 2500 (две тысячи пятьсот) рублей в счет возмещения судебных расходов, 7196 (семь тысяч сто девяносто шесть) рублей 75 копеек в качестве штрафа за отказ в добровольном порядке выполнить требования потребителя.

В рассмотренных примерах расчет процентов имел линейный характер. Однако чаще всего можно встретить расчет процентов который носит многоступенчатый характер.

Пример 3.

Между индивидуальным предпринимателем С. (взыскателем) и обществом с ограниченной ответственностью (должником) был заключен договор поставки.

В соответствии с п. 1.1 договора взыскатель принял на себя обязательства передать в собственность должника продукцию – мягкие специализированные контейнеры (товар), а должник обязался принять и оплатить товар.

В период с сентября 2020 года по октябрь 2020 года взыскателем был поставлен товар на общую сумму 657 000 (шестьсот пятьдесят семь тысяч) рублей.

Товар был поставлен взыскателем в полном объеме. Претензий по качеству, количеству и ассортименту поставленного товара у должника не имелось, что подтверждается подписанными должником товарными накладными.

В силу положений договора должник взял на себя обязательства по оплате взыскателю денежных средств в счет оплаты поставленного товара.

Однако стоимость поставленного товара уплачивалась должником не в полном объеме, что подтверждается актом сверки взаимных расчетов по состоянию на 31 декабря 2020 года.

Покупатель согласно п. 1 ст. 486 ГК РФ обязан оплатить товар непосредственно до или после передачи ему продавцом товара.

Согласно ст. 310 ГК РФ односторонний отказ от исполнения обязательства и одностороннее изменение его условий не допускаются. Таким образом, должник обязан выплатить взыскателю задолженность в размере 292 877 рублей по договору.

Кроме того, согласно п. 5.2 договора должник обязан производить оплату товара безналичными или наличными денежными средствами путем перечисления на расчетный счет взыскателя в течение 7 (семи) календарных дней с даты поставки товара на склад должника. Днем оплаты считается дата зачисления денежных средств на расчетный счет взыскателя.

В силу положений п. 6.3 договора в случае нарушения условий оплаты товара взыскатель вправе взыскать с должника пени в размере 0,3% от стоимости неоплаченного в срок Товара за каждый день просрочки.

В исковом заявлении пени за просрочку оплаты стоимости поставленного Товара рассчитывались следующим образом.

Накладная № 175 от 17 сентября 2020 года

Сумма поставки – 219 000 рублей

Дата поставки – 18 сентября 2020 года

Период просрочки – с 26 сентября 2020 года

Ставка – 0,3%

Расчёт процентов по задолженности, возникшей 26.09.2020.					
Задолженность	Период просрочки			Расчет	Неустойка
	с	по	дней		
219 000,00	26.09.2020	21.12.2020	87	219000,00 × 87 × 0,3:100	57159,00 р.
-202 478,00	21.12.2020	Оплата задолженности			
16 522,00	22.12.2020	05.02.2021	46	16 522,00 × 46 × 0,3:100	2280,04 р.
				Итого	59439,04 руб.
Сумма основного долга: 16 522,00 руб.					
Сумма процентов по всем задолженностям: 59 439,04 руб.					

Накладная № 190 от 29 сентября 2020 года

Сумма поставки – 219 000 рублей

Дата поставки – 30 сентября 2020 года

Период просрочки – с 08 октября 2020 года

Ставка – 0,3%

Расчёт процентов по задолженности, возникшей 08.10.2020.					
Задолженность	Период просрочки			Расчет	Неустойка
	с	по	дней		
219 000,00	08.10.2020	05.02.2021	121	219 000,00 × 121 × 0,3:100	79 497,00 р.
-161 645,00	05.02.2021	Оплата задолженности			
				Итого	79 497,00 р.
Сумма основного долга: 57 355,00 руб.					
Сумма процентов по всем задолженностям: 79 497,00 руб.					

Накладная №221 от 22 октября 2020 года

Сумма поставки – 219 000 рублей

Дата поставки – 23 октября 2020 года

Период просрочки – с 31 октября 2020 года

Ставка – 0,3%

Расчёт процентов по задолженности, возникшей 31.10.2020					
Задолженность	Период просрочки			Расчет	Неустойка
	с	по	дней		
219 000,00	31.10.2020	05.02.2021	98	219 000,00 × 98 × 0,3:100	64 386,00 р.
				Итого	64 386,00 р.
Сумма основного долга: 219 000,00 руб.					
Сумма процентов по всем задолженностям: 64 386,00 руб.					

Соответственно, сумма основного долга 292 877,00 руб. и за просрочку оплаты стоимости товара по договору должник обязан выплатить взыскателю денежные средства в совокупном размере 59 439,04 + 79 497 + 64 386 = 203 322,04 (двести три тысячи триста двадцать два рубля четыре копейки) рублей. В досудебном порядке оплата задолженности в полном объеме со стороны Должника не производилась. Иск подан в Арбитражный суд Смоленской области.

Содержание отчета

1. Название практической работы
2. Цель работы
3. Исходные данные по варианту
4. Необходимые вычисления

4.4. Практическая работа 4. Разработка профессиональных задач с процентами

Цель – применить математические знания в юридической деятельности.

Пояснения к работе

При выполнении заданий воспользуйтесь **следующими примерами:**

Пример 1. Сколько тверских судей составляют 4% от их общего числа? (в Твери 145 судей.)

Пример 2. Некто утаил прибыль в размере 10 млн. руб. Какую сумму недополучила казна, если налог на прибыль составляет 22%?

Пример 3. За год в области совершено 6720 преступлений. Из них тяжких — 33; в состоянии алкогольного опьянения — 3262; связанных с дорожно-транспортными происшествиями — 1310. После завершения следствия переданы в суд 4520 дел; по 3816 из них уже вынесены приговоры, причем половина из последних — обвинительные; из всех обвинительных приведены в исполнение 40%. Заполните до конца следующую таблицу:

Всего	6720	100%
Тяжких		
В состоянии алкогольного опьянения		
Транспортных		
Завершено		
Всего приговоров		
Обвинительных		
Исполнено		

Задание и ход работы

Придумайте две задачи с процентами, связанный с будущей профессиональной деятельностью юриста.

4.5. Практическая работа 6 Решение задач на признаки и свойства параллельности плоскостей

Цель работы: закрепить знания и умения по теме «Признаки и свойства параллельности плоскостей»

Пояснения к работе

Задача – это требование или вопрос, на который надо найти ответ, опираясь или учитывая те условия, которые в ней указаны.

Любая задача состоит из трёх частей: условие, объект, требование (вопрос) задачи.

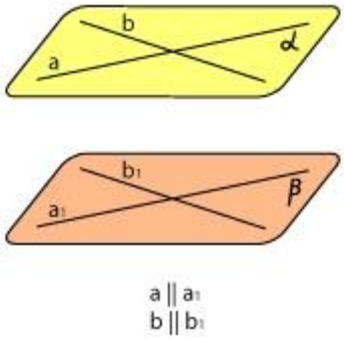
Приступая к решению какой-либо задачи, надо её внимательно изучить, установить, в чем состоят её требования, каковы условия, исходя из которых надо её решать. Всё это называется анализом задачи.

Элементы теории

Определение. Две плоскости **параллельны,** если они не имеют общих точек.

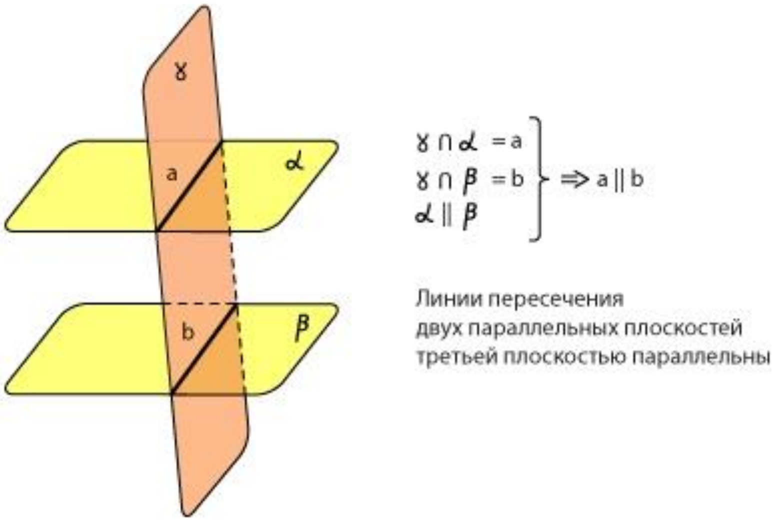
Признак параллельности плоскостей:

Плоскости параллельны друг другу, если две пересекающиеся прямые, лежащие в одной плоскости, соответственно параллельны двум пересекающимся прямым, лежащим в другой плоскости**.**



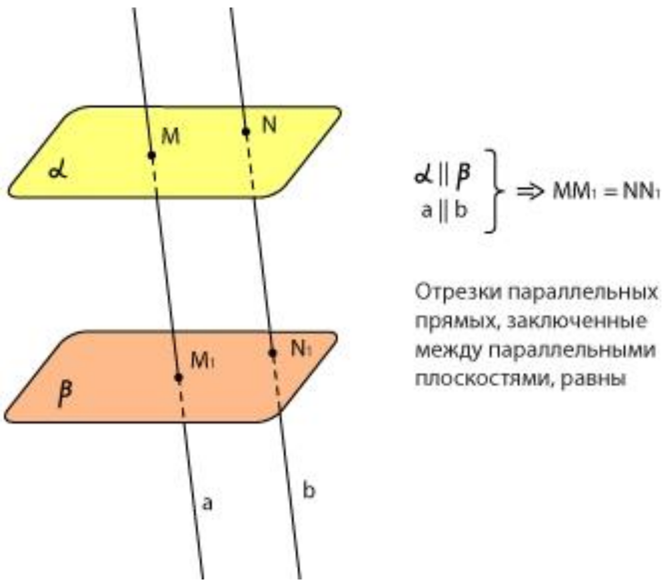
Свойства параллельных плоскостей:

1. Если две плоскости параллельны третьей, то они параллельны друг другу.
2. Линии пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью параллельны



.

3. Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны.



Задание и ход работы

1. Решите задачи по вариантам

2. В решении каждой из задач должны быть обязательные элементы: «Дано», «Найти», «Решение», «Ответ», рисунок
3. Рисунок должен быть выполнен простым карандашом.

Вариант 1

1. Прямые *a* и *b* пересекаются. Докажите, что прямая *c*, пересекающая их в двух различных точках, лежит с ними в одной плоскости.
2. Прямая *a* параллельна плоскости α; прямые b и c, пересекающие прямую *a* в точках B и C соответственно, пересекают плоскость α в точках D и E соответственно. Сделайте рисунок. Как могут располагаться друг относительно друга прямые *b* и *c*?
3. Изобразите параллельную проекцию прямоугольного равнобедренного треугольника, лежащего в плоскости, параллельной плоскости проектирования.
4. Через точку K, не лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые a и b. Прямая a пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая b — в точках B_1 и B_2. Найдите отрезок B_1B_2, если $A_2B_2 : A_1B_1 = 9:4$, $KB_1 = 8$ см.

Вариант 2

1. Даны четыре точки, три из которых принадлежат одной прямой. Докажите, что все данные точки принадлежат одной плоскости.
2. Прямая *a* параллельна плоскости α, прямая b пересекает плоскость α в точке B; прямая c, пересекающая прямые *a* и *b* в точках E и F соответственно, пересекает плоскость α в точке C. Сделайте рисунок. Как могут располагаться друг относительно друга прямые *a* и *b*?
3. Изобразите параллельную проекцию равностороннего треугольника, лежащего в плоскости, параллельной плоскости проектирования.
4. Через точку M, лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые a и b. Прямая a пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая b — в точках B_1 и B_2. Найдите отрезок MB_2, если $A_1B_1:A_2B_2 = 3:4$, $B_1B_2 = 14$ см.

Вариант 3

1. Даны три точки, не принадлежащие одной прямой. Докажите, что все прямые, пересекающие два из трех отрезков, соединяющих данные точки, лежат в одной плоскости.
2. Можно ли через вершину треугольника провести прямую, которая не лежит в его плоскости?
3. Изобразите параллельную проекцию равностороннего треугольника ABC и постройте на ней изображение перпендикуляра, опущенного из точки K — середины отрезка BO (O — центр треугольника) — на сторону AB.
4. Через точку M, не лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые a и b. Прямая a пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая b — в точках B_1 и B_2. Найдите отрезок B_1B_2, если $A_2B_2 : A_1B_1 = 7:3$, $KB_1 = 6$ см.

Вариант 4

1. В плоскости а проведены две параллельные прямые *a* и *b*. Докажите, что все прямые, пересекающие данные прямые, лежат в одной плоскости.
2. Можно ли через точку пересечения диагоналей прямоугольника провести прямую, не пересекающую его стороны?
3. Изобразите параллельную проекцию квадрата ABCD и на ней постройте изображение перпендикуляров, опущенных из точки E — середины стороны BC — на прямые BD и AC.
4. Через точку M, лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые a и b. Прямая a пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая b — в точках B_1 и B_2. Найдите отрезок MB_2, если $A_1B_1:A_2B_2 = 2:5$, $B_1B_2 = 14$ см.

Содержание отчета

1. Название практической работы
2. Цель работы
3. Исходные данные по варианту
4. Необходимые вычисления
5. Ответы на контрольные вопросы

4.6. Практическая работа 7 Решение задач на перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве

Цель работы: закрепить знания и умения по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве»

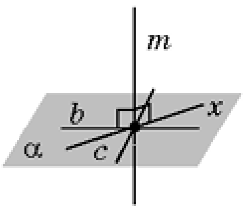
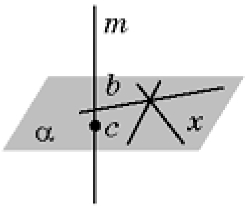
Пояснения к работе

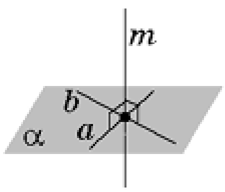
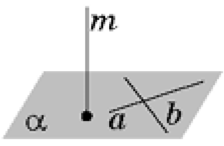
Так же как и на плоскости, две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если они пересекаются под прямым углом.

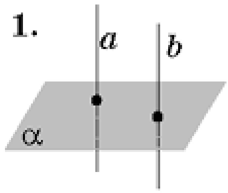
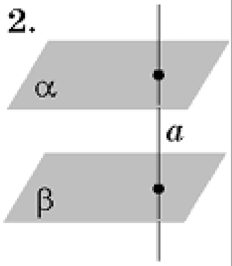
Признак перпендикулярности прямых в пространстве:

Если две пересекающиеся прямые параллельны соответственно двум перпендикулярным прямым, то они тоже перпендикулярны.

Определения и признаки перпендикулярности прямой и плоскости представлены на рисунке

 	Прямая, пересекающая плоскость, называется **перпендикулярной** этой плоскости, если она перпендикулярна **любой** прямой, лежащей в этой плоскости: $m \perp \alpha \Leftrightarrow m \perp x$, x — любая прямая плоскости α

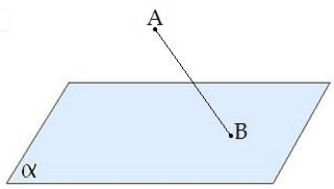
Признак перпендикулярности прямой и плоскости	
 	Если $a \perp m$ и $b \perp m$ (a и b лежат в плоскости α и пересекаются), то $a \perp \alpha$. Если прямая перпендикулярна **двум** пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна этой плоскости

Свойства перпендикулярных прямой и плоскости		
1. 	Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и второй прямой. Если $a \parallel b$ и $a \perp \alpha$, то $\alpha \perp b$	Если прямые перпендикулярны одной и той же плоскости, то они параллельны. Если $a \perp \alpha$ и $b \perp \alpha$, то $a \parallel b$
2. 	Если прямая перпендикулярна одной из двух параллельных плоскостей, то она перпендикулярна и второй. Если $\alpha \parallel \beta$ и $a \perp \alpha$, то $a \perp \beta$	Две различные плоскости, перпендикулярные одной и той же прямой, параллельны. Если $\alpha \perp a$ и $\beta \perp a$, то $\alpha \parallel \beta$

Перпендикуляр и наклонная

Наклонной, проведенной из данной точки к данной плоскости, называется любой отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости, не являющийся перпендикуляром к плоскости.

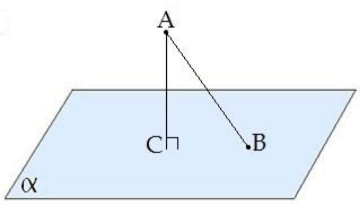
Конец отрезка, лежащий в плоскости, называется **основанием наклонной**.



AB - наклонная.
B - основание наклонной.

Перпендикуляром, проведенным из данной точки к данной плоскости, называется отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости и лежащий на прямой, перпендикулярной плоскости.

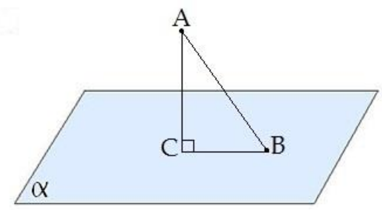
Конец этого отрезка, лежащий в плоскости, называется **основанием перпендикуляра**.



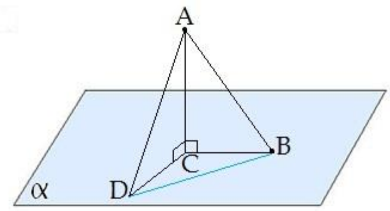
AC - перпендикуляр.
C - основание перпендикуляра.

Расстоянием от точки до плоскости называется **длина перпендикуляра**, проведенного из этой точки к плоскости.

Отрезок, соединяющий основания перпендикуляра и наклонной, проведенных из одной и той же точки, называется **проекцией наклонной**.



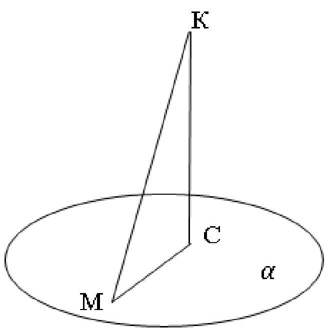
CB - проекция наклонной AB на плоскость α.
Треугольник ABC прямоугольный.
Углом между наклонной и плоскостью называется угол между этой наклонной и её проекцией на плоскость.
CBA - угол между наклонной AB и плоскостью α.



Если AD>AB, то DC>BC
Если из данной точки к данной плоскости провести несколько наклонных, то большей наклонной соответствует большая проекция.
DAB - угол между наклонными
DCB - угол между проекциями наклонных
Отрезок DB - расстояние между основаниями наклонных.

Пример 1. Из точки K, на расстоянии 9 см, к плоскости α опущен перпендикуляр KC и проведена наклонная KM, равная 15 см. Найти проекцию наклонной.

Решение:



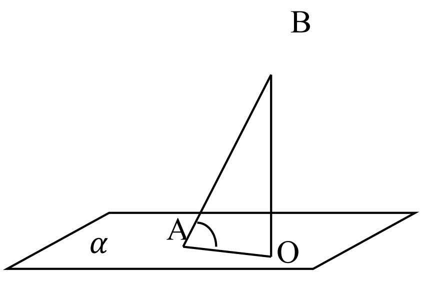
Рассмотрим прямоугольный треугольник KCM: (KC-перпендикуляр, по условию), по теореме Пифагора:

$$MC^2 = MK^2 - KC^2$$

$MC = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144}$ =12 (см)

Ответ: проекция наклонной MC=12 см.

Пример 2. К плоскости α проведена наклонная AB (A∈α). Длина наклонной равна 8 см, наклонная с плоскостью образует угол 60°. Вычисли, на каком расстоянии от плоскости находится точка B.



Решение:

Рассмотрим треугольник ABO: прямоугольный, BO-расстояние от точки B до плоскости α, перпендикулярно AO. Следовательно угол B=30°, а AO =4 см, как катет лежащий против угла в 30°.

По теореме Пифагора:

$$BO^2 = AB^2 - AO^2$$

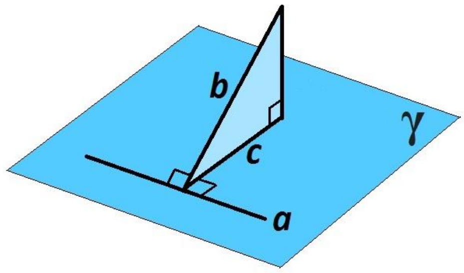
$$BO^2 = 8^2 - 4^2$$

BO $=\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ (см)

Ответ: $4\sqrt{3}$ см.

Теорема о трех перпендикулярах

Прямая a, принадлежащая плоскости γ, проведенная через основание наклонной b и перпендикулярная ее проекции c на эту плоскость, перпендикулярна и наклонной b.



Задание и ход работы

1. Решите задачи по вариантам
2. В решении каждой из задач должны быть обязательные элементы: «Дано», «Найти», «Решение», «Ответ», рисунок
3. Рисунок должен быть выполнен простым карандашом.

Вариант 1

1. Прямая a пересекает плоскость β в точке C, и образует с плоскостью угол 30°. B∈a, точка A - проекция точки B на плоскость β. BC=12 см. Найдите BA.
2. К плоскости α проведена наклонная AC (A∈α). Длина наклонной равна 24 см, наклонная с плоскостью образует угол 60°. Вычислите, на каком расстоянии от плоскости находится точка C.
3. Наклонная AK с плоскостью α образует угол 30°, а наклонная KC с плоскостью α образует угол 45°. Длина перпендикуляра KB равна 12 см.Вычислите длины наклонных.

Вариант 2

1. К плоскости α проведена наклонная, длина которой равна 25 см, проекция наклонной равна 15 см . На каком расстоянии от плоскости находится точка, из которой проведена наклонная?
2. К плоскости α проведена наклонная AB (A∈α). Длина наклонной равна 12 см, наклонная с плоскостью образует угол 45°. Вычисли, на каком расстоянии от плоскости находится точка B.
3. Проекции наклонных AD и DC на плоскости α равны соответственно 8 см и 4 см, а угол между ними равен 120°. Вычислите расстояние между концами проекций наклонных.

Вариант 3

1. Прямая a пересекает плоскость β в точке C, и образует с плоскостью угол 30°. P∈a, точка N - проекция точки P на плоскость β. PN=5 см. Найдите PC.
2. К плоскости α проведена наклонная AC (A∈α). Длина наклонной равна 16 см, наклонная с плоскостью образует угол 60°. Вычислите, на каком расстоянии от плоскости находится точка C.
3. Наклонная AD с плоскостью α образует угол 30°, а наклонная DC с плоскостью α образует угол 45°.Длина перпендикуляра DB равна 32 см.Вычислите длины наклонных.

Вариант 4

1. Прямая a пересекает плоскость β в точке C, и образует с плоскостью угол 30°. P∈a, точка F - проекция точки P на плоскость β. PC=14 см. Найдите PF.
2. К плоскости α проведена наклонная AB (A∈α). Длина наклонной равна 12 см, наклонная с плоскостью образует угол 60°. Вычислите, на каком расстоянии от плоскости находится точка B.
3. Наклонная AD с плоскостью α образует угол 30°, а наклонная DC с плоскостью α образует угол 45°. Длина перпендикуляра DB равна 22 см. Вычислите длины наклонных.

Вариант 5

1. Прямая a пересекает плоскость β в точке C, и образует с плоскостью угол 30°. B∈a, точка A - проекция точки B на плоскость β. BC=12 см. Найдите BA.
2. К плоскости α проведена наклонная AB (A∈α). Длина наклонной равна 12 см, наклонная с плоскостью образует угол 45°. Вычисли, на каком расстоянии от плоскости находится точка B.
3. Наклонная AD с плоскостью α образует угол 30°, а наклонная DC с плоскостью α образует угол 45°.Длина перпендикуляра DB равна 32 см.Вычислите длины наклонных.

Вариант 6

1. Прямая a пересекает плоскость β в точке C, и образует с плоскостью угол 30°. P∈a, точка N - проекция точки P на плоскость β. PN=5 см. Найдите PC.
2. К плоскости α проведена наклонная AB (A∈α). Длина наклонной равна 12 см, наклонная с плоскостью образует угол 60°. Вычислите, на каком расстоянии от плоскости находится точка B.
3. Наклонная AK с плоскостью α образует угол 30°, а наклонная KC с плоскостью α образует угол 45°. Длина перпендикуляра KB равна 12 см.Вычислите длины наклонных.

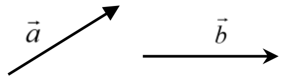
Содержание отчета

1. Название практической работы
2. Цель работы
3. Исходные данные по варианту
4. Необходимые вычисления
5. Ответы на контрольные вопросы

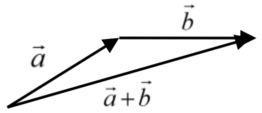
4.7. Практическая работа 8 Операции над векторами в пространстве

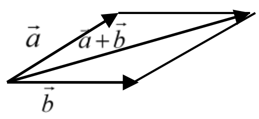
Цель работы: закрепить навыки выполнения операций над векторами в координатной и векторной формах.

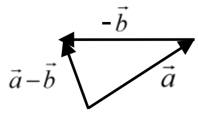
Пояснения к работе

Для векторов 

Разность:

Сумма: 

или 



Координаты вектора с началом в точке $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и концом в точке $M_2(x_2, y_2, z_2)$ находят по формуле $\overrightarrow{M_1M_2}=\{x_2-x_1, y_2-y_1, z_2-z_1\}$.

Длина вектора $\vec x=\{x_1, x_2, \dots ,x_n\}$ находи0тся по формуле

$$\left|\vec x\right| = \sqrt{x_1^{\,2} + x_2^{\,2} + \ldots + x_n^2}\ .$$

Скалярным произведением векторов $\vec x = \{x_1, x_2, \dots ,x_n\}$ и $\vec y = \{y_1, y_2, \dots ,y_n\}$ называется число

$\vec x \cdot \vec y = x_1 \cdot y_1+x_2 \cdot y_2+ \dots + x_n \cdot y_n$ или $\vec x \cdot \vec y = \left|\vec x\right| \cdot \left|\vec y\right| \cos(\vec x \,\hat{,}\, \vec y)$.

Угол между векторами $\vec a$ и $\vec b$ находится по формуле $\cos(\vec a \,\hat{,}\, \vec b) = \dfrac{\vec a \cdot \vec b}{\left|\vec a\right| \cdot \left|\vec b\right|}$**,** где скалярное произведение

$\vec a \cdot \vec b = x_1 \cdot x_2+y_1 \cdot y_2+z_1 \cdot z_2$, длины векторов: $\left|\vec a\right| = \sqrt{x_1^{\,2} + y_1^{\,2} + z_1^2}$, $\left|\vec b\right| = \sqrt{x_2^{\,2} + y_2^{\,2} + z_2^2}$.

Проекция вектора $\vec a$ на вектор $\vec b$ равна $Пр_{\vec b}\,\vec a = \left|\vec a\right| \cos(\vec a \,\hat{,}\, \vec b)$

Условие *коллинеарности* векторов $\vec a$ и $\vec b$: $\dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = \dfrac{a_3}{b_3}$.

Условие *ортогональности* векторов $\vec a$ и $\vec b$: $a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 = 0$.

Пример 1. Даны вершины пирамиды A(2;3;1), B(-7;3;2), C(-3;-1;1), D(-3;2;5). Найдите:

1) длину вектора $5\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BD}$;

2) косинус угла между векторами $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$;

Решение: 1) $\overrightarrow{AC}$={-3-2; -1-3; 1-1}={-5; -4; 0}, $\overrightarrow{BD}$={-3-(-7); 2-3; 5-2}={4; -1; 3}.

$5\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BD}$=5·{-5; -4; 0}-4·{4; -1; 3}={-25;-20; 0}-{16; -4; 12}={-41; -16; -12}.

$$\left|5\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BD}\right| = \sqrt{(-41)^2 + (-4)^2 + 12^2} = \sqrt{1841} \approx 42{,}9\,.$$

2)

$$\cos\left(\overrightarrow{AC} \,\hat{,}\, \overrightarrow{BD}\right) = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}}{\left|\overrightarrow{AC}\right| \cdot \left|\overrightarrow{BD}\right|} = \frac{-5 \cdot 4 + (-4) \cdot (-1) + 0 \cdot 3}{\sqrt{(-5)^2 + (-4)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-1)^2 + 3^2}} = \frac{-16}{\sqrt{41} \cdot \sqrt{26}} = -\frac{16}{\sqrt{1066}}$$

.

Пример 2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p} = 3\vec{a} + 6\vec{b}$ и $\vec{q} = -\vec{a} + 2\vec{b}$, если $\vec{a}$={1,2,-3}, $\vec{b}$={1,0,-1}?

Решение: Найдём координаты векторов $\vec{p}$ и $\vec{q}$:

$\vec{p} = 3\vec{a} + 6\vec{b}$=3·{1,2,-3}+6·{1,0,-1}={3; 6;-9}+{6; 0;-6}={9; 6;-15},

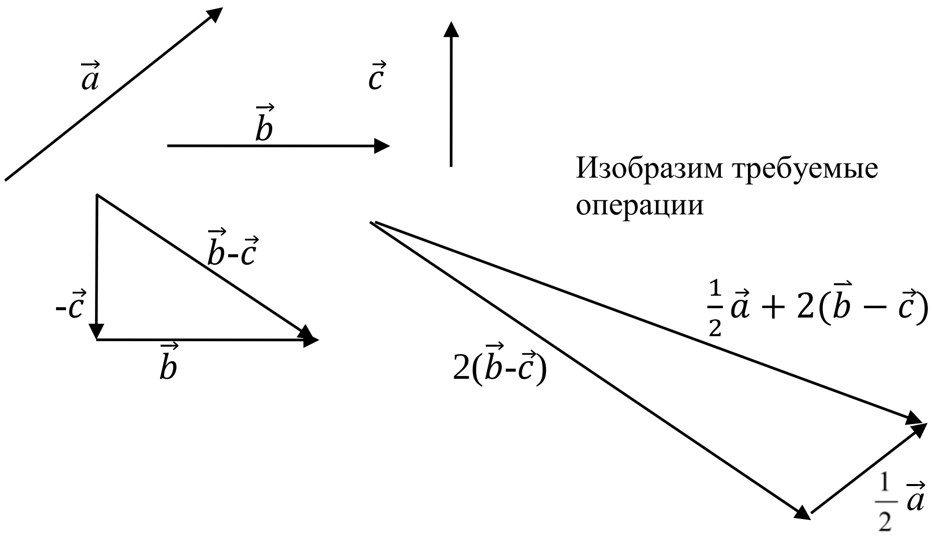
$\vec{q} = -\vec{a} + 2\vec{b}$=-{1,2,-3}+2·{1,0,-1}={-1;-2; 3}+{2; 0;-2}={1;-2; 1}.

Проверим выполнение признака коллинеарности векторов: $\frac{9}{1} \neq \frac{6}{-2} \neq \frac{-15}{1}$.

Векторы не коллинеарны.

Пример 3. Изобразите три вектора $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$. По данным векторам $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$ построить вектор $\frac{1}{2}\vec{a} + 2(\vec{b} - \vec{c})$.

Решение: Зададим векторы $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$:



Пример 4. При каком значении m векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + 2m\vec{j}$ и $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$ ортогональны?

Решение:

Запишем координаты векторов: $\vec{a}$={-2; 2m; 0}, $\vec{b}$={1; 2; 6}.

Условие ортогональности:

$\vec{a}\cdot\vec{b}$=-2·1+2m·2+0·6=-2+4m=0, откуда 4m=2 и m=0,5.

Задание и ход работы

1. Решите задачи по вариантам
2. В решении каждой из задач должны быть обязательные элементы: «Дано», «Найти», «Решение», «Ответ».
3. Рисунок должен быть выполнен простым карандашом

1 вариант

1. Начертить самостоятельно векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ построить вектор $\frac{1}{2}\vec{a} + 2(\vec{b} - \vec{c})$.
2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p} = 3\vec{a} + 6\vec{b}$ и $\vec{q} = -\vec{a} + 2\vec{b}$, если $\vec{a}$={1,2,-3}, $\vec{b}$={1,0,-1}?
3. Даны вершины пирамиды A(2;3;1), B(-7;3;2), C(-3;-1;1), D(-3;2;5). Найдите:
   а) длину вектора $5\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BD}$;
   б) косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.
4. При каком значении m векторы $\vec{a} = m\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ ортогональны?

2 вариант

1. Начертить самостоятельно векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ построить вектор $4(\vec{a} - \vec{c}) + \frac{1}{2}\vec{b}$.
2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$, если $\vec{a}$={2,0,1}, $\vec{b}$={-2,3,1}?
3. Даны вершины пирамиды A(-4;2;3), B(-1;3;0), C(2;2;2), D(-2;1;-1). Найдите:
   а) длину вектора $5\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BD}$;
   б) косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$
4. При каком значении m векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$ и $\vec{b} = m\vec{i} - 2\vec{k}$ ортогональны?

3 вариант

1. Начертить самостоятельно векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ построить вектор $2\vec{a} - \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$.
2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p} = \vec{a} + 3\vec{b}$ и $\vec{q} = 2\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a}$={-2,2,1}, $\vec{b}$={-1,-2,2}?
3. Даны вершины пирамиды A(3;2;-1), B(-2;-2;3), C(6;3;2), D(4;2;4). Найдите:
   а) длину вектора $5\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BD}$;
   б) косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.
4. При каком значении m векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - m\vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$ ортогональны?

4 вариант

1. Начертить самостоятельно векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ построить вектор $\frac{\vec{a} - \vec{b}}{3} + 2\vec{c}$.
2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a}$={-1,2,3}, $\vec{b}$={2,1,1}?
3. Даны вершины пирамиды A(1;0;2), B(-3;2;1), C(0;1;1), D(-1;-2;3). Найдите:
   а) длину вектора $5\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BD}$;
   б) косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.
4. При каком значении m векторы $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ и $\vec{b} = -3m\vec{j} + \vec{k}$ ортогональны?

5 вариант

1. Начертить самостоятельно векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ построить вектор $\frac{1}{2}\vec{a} + 2(\vec{b} - \vec{c})$.
2. Коллинеарные ли векторы $\vec{p} = -\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} - 3\vec{b}$, если $\vec{a}$={2,5,1}, $\vec{b}$={5,0,2}?
3. Даны вершины пирамиды A(-2;-1;0), B(-3;3;1), C(1;3;0), D(2;-2;2). Найдите:
   а) длину вектора $5\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BD}$;
   б) косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.
4. При каком значении m векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + 2m\vec{j}$ и $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$ ортогональны?

6 вариант

1. Начертить самостоятельно векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ построить вектор $4(\vec{a} - \vec{c}) + \frac{1}{2}\vec{b}$.
2. Коллинеарные ли векторы $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} + 2\vec{b}$, если $\vec{a}$={1,2,-2}, $\vec{b}$={1,3,-1}?

3. Даны вершины пирамиды A(3;2;5), B(1;3;1), C(2;3;1), D(2;4;3). Найдите:
   а) длину вектора $5\overrightarrow{AC}-4\overrightarrow{BD}$;
   б) косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.
4. При каком значении m векторы $\vec{a}=-3\vec{i}+3\vec{j}-6\vec{k}$ и $\vec{b}=4\vec{i}-m\vec{k}$ ортогональны?

7 вариант

1. Начертить самостоятельно векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ построить вектор $2\vec{a}-\frac{1}{2}(\vec{b}+\vec{c})$.
2. Коллинеарные ли векторы $\vec{p}=6\vec{a}-2\vec{b}$ и $\vec{q}=-3\vec{a}+\vec{b}$, если $\vec{a}$={1,2,3}, $\vec{b}$={2,-1,0}?
3. Даны вершины пирамиды A(-2;3;-1), B(-2;5;-1), C(2;3;1), D(0;2;4). Найдите:
   а) длину вектора $5\overrightarrow{AC}-4\overrightarrow{BD}$;
   б) косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.
4. При каком значении m векторы $\vec{a}=-2m\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}$ и $\vec{b}=\vec{i}+3\vec{j}$ ортогональны?

8 вариант

1. Начертить самостоятельно векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ построить вектор $\frac{\vec{a}-\vec{b}}{3}+2\vec{c}$.
2. Коллинеарные ли векторы $\vec{p}=6\vec{a}-3\vec{b}$ и $\vec{q}=-4\vec{a}+2\vec{b}$, если $\vec{a}$={-1,2,3}, $\vec{b}$={2,1,1}?
3. Даны вершины пирамиды A(5;0;1), B(1;2;1), C(3;1;1), D(2;4;3). Найдите:
   а) длину вектора $5\overrightarrow{AC}-4\overrightarrow{BD}$;
   б) косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.
4. При каком значении m векторы $\vec{a}=-3\vec{i}+4\vec{j}-\bar{k}$ и $\vec{b}=m\vec{j}+4\vec{k}$ ортогональны

Содержание отчета

1. Название практической работы
2. Цель работы
3. Исходные данные по варианту
4. Необходимые вычисления

Литература

Основные источники

1. Башмаков М.И. Математика: учебник: Рекомендовано ФГАУ «ФИРО». — 7-е изд., стер., - М., ОИЦ «Академия», 2020
2. Башмаков М. Математика: учебник / Башмаков М., И. — Москва: КноРус, 2022. — 394 с. — ISBN 978-5-406-09589-8. — URL: https://book.ru/book/943210 — Текст: электронный.
3. Башмаков М. Математика. Практикум: учебно-практическое пособие / Башмаков М., И., Энтина С., Б. — Москва: КноРус, 2023. — 294 с. — ISBN 978-5-406-10588-7. — URL: https://book.ru/book/945228— Текст: электронный.
4. Богомолов Н.В., практические занятия по математике: учебное пособие для средних специальных учебных заведений. - Изд.: Академия, 2014
5. Денежкина, И. Е., Теория вероятностей и математическая статистика.: учебное пособие / И. Е. Денежкина, С. Е. Степанов, И. И. Цыганок. — Москва: КноРус, 2021. — 302 с. — ISBN 978-5-406-06325-5-T-2020. — URL:https://book.ru/book/939267 — Текст: электронный.
6. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М. Алгебра и начала анализа 10-11.- Изд.: «Просвещение», 2014
7. Погорелов А.В. Геометрия 7-11. Изд.: М.: Просвещение, 2014

Дополнительные источники

8. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.И.. Математический анализ в вопросах и задачах. - М.: Физматлит, 2014
9. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. - М.: КомКнига, 2013
10. Михеев В.С., Краткий справочник по математике. - Изд.: Академия, 2013
11. Подольский А.В. Сборник задач по математике. - Изд.: АСТ-ПрессКнига, 2014
12. Рекомендации по математике. Под ред. Я.С. Городского. - Изд.: АСТ, Астрель,