

Министерство образования и науки Республики Марий Эл
Государственное бюджетное профессиональное образовательное
учреждение Республики Марий Эл
«Йошкар-Олинский техникум сервисных технологий»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для студентов по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы по
учебной дисциплине

ОДб.07 Математика

40.02.01 Право и организация социального обеспечения

2023г.

РАССМОТРЕННО
на заседании ПЦК общеобразовательных и
социально - гуманитарных дисциплин
Председатель ПЦК И.А. Галямова /
Протокол № 1 от «30» 08 2023 г.

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора по УР
Н.П. Житомирова /
«30» 08 2023 г.

Составитель: Житомирова Н.П., преподаватель первой квалификационной
категории ГБПОУ Республики Марий Эл «ЙОТСТ»

Рецензенты:

- 1) Николаева Е.А., преподаватель высшей квалификационной категории
ГБПОУ Республики Марий Эл «ЙОТСТ»

**Методические указания для студентов по выполнению
внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине ОДб.07
Математика.**

Изложен ход практических работ, приведены задания для выполнения
практических работ, план отчета, источники. Методические указания
предназначены в первую очередь для студентов, а также преподавателей
учреждений среднего профессионального образования

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	4
1	Перечень тем внеаудиторной самостоятельной работы	8
2	Методические рекомендации по работе с конспектами	8
3	Рекомендации по заучиванию формул, определений, правил и теорем	10
4	Общие указания к выполнению тренировочных упражнений	13
5	Методические рекомендации по решению демонстрационного варианта экзаменационной работы	14
	Литература	18

Введение

Настоящие методические указания по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы составлены в соответствии с рабочей программой по дисциплине ОДб.07 Математика для студентов специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения.

Освоение содержания учебной дисциплины «Математика» обеспечивает достижение студентами следующих предметных результатов:

ПР 1. оперировать понятиями: рациональное и действительное число, обыкновенная и десятичная дробь, проценты; оперировать понятиями: натуральное, целое число, использовать признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач; выполнять арифметические операции с рациональными и действительными числами; выполнять приближённые вычисления, используя правила округления, делать прикидку и оценку результата вычислений;

ПР 2. оперировать понятиями: степень с целым показателем, стандартная форма записи действительного числа, корень натуральной степени, использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных;

ПР 3. оперировать понятием: степень с рациональным показателем;

ПР 4. оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы; выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы, оперировать понятиями: логарифмическое уравнение и неравенство, решать основные типы логарифмических уравнений и неравенств

ПР 5. оперировать понятиями: синус, косинус и тангенс произвольного угла, использовать запись произвольного угла через обратные тригонометрические функции

ПР 6. оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, целое, рациональное, иррациональное уравнение, неравенство, тригонометрическое уравнение;

ПР 7. выполнять преобразования тригонометрических выражений и решать тригонометрические уравнения; находить решения простейших тригонометрических неравенств

ПР 8. выполнять преобразования целых, рациональных и иррациональных выражений и решать основные типы целых, рациональных и иррациональных уравнений и неравенств; применять свойства степени для преобразования выражений, оперировать понятиями: показательное уравнение и неравенство, решать основные типы показательных уравнений и неравенств

ПР 9. оперировать понятиями: система линейных уравнений и её решение, использовать систему линейных уравнений для решения практических задач; находить решения простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств

ПР 10. применять уравнения и неравенства для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни; моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры

ПР 11. оперировать понятиями: функция, способы задания функции, область определения и множество значений функции, график функции, взаимно обратные функции; оперировать понятиями: чётность и нечётность функции, нули функции, промежутки знакопостоянства;

ПР 12. оперировать понятиями: периодическая функция, промежутки монотонности функции, точки экстремума функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, использовать их для исследования функции, заданной графиком

ПР 13. строить и читать графики линейной функции, квадратичной функции, степенной функции с целым показателем; использовать графики функций для решения уравнений; изображать на координатной плоскости графики линейных уравнений и использовать их для решения системы линейных уравнений;

ПР 14. оперировать понятиями: графики показательной, логарифмической и тригонометрических функций, изображать их на координатной плоскости и использовать для решения уравнений и неравенств

ПР 15. использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами

ПР 16. оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии; оперировать понятиями: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии; задавать последовательности различными способами; использовать свойства последовательностей и прогрессий для решения реальных задач прикладного характера

ПР 17. оперировать понятиями: множество, операции над множествами; использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов;

ПР 18. оперировать понятиями: определение, теорема, следствие, доказательство

ПР 19. оперировать понятиями: непрерывная функция, производная функции, использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач; находить производные элементарных функций, вычислять производные суммы, произведения, частного функций;

ПР 20. использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы, применять результаты исследования к построению графиков; использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах;

ПР 21. оперировать понятиями: первообразная и интеграл, понимать геометрический и физический смысл интеграла; находить первообразные элементарных функций, вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница; решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа

ПР 22. оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость; применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач;

ПР 23. оперировать понятиями: параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей; классифицировать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;

ПР 24. оперировать понятиями: двугранный угол, грани двугранного угла, ребро двугранного угла, линейный угол двугранного угла, градусная мера двугранного угла;

ПР 25. оперировать понятиями: многогранник, выпуклый и невыпуклый многогранник, элементы многогранника, правильный многогранник; распознавать основные виды многогранников (пирамида, призма, прямоугольный параллелепипед, куб); классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации (выпуклые и невыпуклые многогранники, правильные многогранники, прямые и наклонные призмы, параллелепипеды);

ПР 26. оперировать понятиями: секущая плоскость, сечение многогранников; объяснять принципы построения сечений, используя метод следов; строить сечения многогранников методом следов, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;

ПР 27. решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление расстояний между двумя точками, от точки до прямой, от точки до плоскости, между скрещивающимися прямыми; решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление углов между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями, двугранных углов;

ПР 28. вычислять объёмы и площади поверхностей многогранников (призма, пирамида) с применением формул, вычислять соотношения между площадями поверхностей, объёмами подобных многогранников;

ПР 29. оперировать понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры;

ПР 30. извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках; применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме;

ПР 31. оперировать понятиями: цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, цилиндр, коническая поверхность, образующие конической поверхности, конус, сферическая поверхность распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар);; объяснять способы получения тел вращения классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;; оперировать понятиями: шаровой сегмент, основание сегмента, высота сегмента, шаровой слой, основание шарового слоя, высота шарового слоя, шаровой сектор;

ПР 32. вычислять объёмы и площади поверхностей тел вращения, геометрических тел с применением формул;

оперировать понятиями: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения; вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел;

ПР 33. изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертёжных инструментов; выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения; извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;

ПР 34. оперировать понятием вектор в пространстве; выполнять действия сложения векторов, вычитания векторов и умножения вектора на число, объяснять, какими свойствами они обладают; применять правило параллелепипеда;

ПР 35. оперировать понятиями: декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные и компланарные векторы; находить сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам; задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;

ПР 36. решать простейшие геометрические задачи на применение векторно-координатного метода;

ПР 37. применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме; решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные методы при решении стандартных математических задач; применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;

ПР 38. приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве;

ПР 39. применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

ПР 40. читать и строить таблицы и диаграммы; оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных;

ПР 41. оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт) и случайное событие, элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности в опытах с равновероятными случайными событиями, находить и сравнивать вероятности событий в изученных случайных экспериментах;

ПР 42. находить и формулировать события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию, пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач; оперировать понятиями: условная вероятность, независимые события, находить вероятности с помощью правила умножения, с помощью дерева случайного опыта;

ПР 43. применять комбинаторное правило умножения при решении задач;

ПР 44. оперировать понятиями: испытание, независимые испытания, серия испытаний, успех и неудача, находить вероятности событий в серии независимых испытаний до первого успеха, находить вероятности событий в серии испытаний Бернулли;

ПР 45. оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения; сравнивать вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм; оперировать понятием математического ожидания, приводить примеры, как применяется математическое ожидание случайной величины находить математическое ожидание по данному распределению; иметь представление о законе больших чисел; иметь представление о нормальном распределении.

Цель данных методических указаний – ознакомить студентов с общими положениями о самостоятельной работе студентов по математике, с методикой организации самостоятельной работы студентов в процессе подготовки к промежуточной аттестации по дисциплине в форме экзамена.

Самостоятельная работа по математике – это педагогически управляемый процесс самостоятельной деятельности студентов, обеспечивающий реализацию целей и задач по овладению необходимым объемом знаний, умений и навыков, опыта творческой работы и развитию профессиональных интеллектуально-волевых, нравственных качеств будущего специалиста.

Выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная, выполняется на занятиях под руководством преподавателя и по его заданию;

- внеаудиторная, выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Задачами, реализуемыми в ходе проведения внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся, в образовательной среде техникума являются:

- систематизация, закрепление, углубление и расширение полученных теоретических знаний и практических умений студентов;

- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;

- формирование самостоятельности мышления: способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

- овладение практическими навыками применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности;

- развитие исследовательских умений.

Контроль результатов самостоятельной работы обучающихся может осуществляться в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия и самостоятельную работу по дисциплине математика и может проходить в письменной, устной или смешанной форме с предоставлением изделия или продукта творческой деятельности.

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающегося являются:

- уровень освоения учебного материала;

- умение использовать теоретические знания и умения при выполнении практических задач;

- уровень сформированности общих и профессиональных компетенций.

. Перечень тем внеаудиторной самостоятельной работы

Тема самостоятельной работы	Количество часов
Чтение конспектов	2
Заучивание формул, определений, правил и теорем	3
Выполнение тренировочных упражнений	3
Решение демонстрационного варианта экзаменационной работы	4
Итого:	12

2. Методические рекомендации по работе с конспектами

Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых, в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. Готовясь к экзамену, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, углубляет, систематизирует и упорядочивает свои знания. На экзамене студент демонстрирует то, что он приобрел в процессе обучения по конкретной учебной дисциплине.

Во-первых, наличие хороших собственных конспектов лекций. Даже в том случае, если была пропущена какая-либо лекция, необходимо вовремя ее восстановить (переписать у товарища), обдумать, снять возникшие вопросы для того, чтобы запоминание материала было осознанным.

Во-вторых, при подготовке к экзаменам у студента должен быть хороший учебник или конспект литературы, прочитанной по указанию преподавателя в течение семестра. Вначале следует просмотреть весь материал по сдаваемой дисциплине, отметить для себя трудные вопросы. Обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом листы опорных сигналов.

Систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для систематизации знаний. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта.

Выделите главное, составьте план. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

Перечень тем, выносимых на экзамены (вопросы к экзамену):

1. Числовая последовательность. Способы задания числовой последовательности.
2. Окрестность точки. Предел числовой последовательности, его свойства.
3. Неопределённости. Число e .
4. Числовая функция. Способы задания функции. Графики функций.
5. Чётность и нечётность функции.
6. Монотонность, периодичность функций. Обратная функция.
7. Предел функции в точке. Основные свойства предела.
8. Предел функции на бесконечности.
9. Первый и второй замечательные пределы.
10. Непрерывность функции в точке и на промежутке.
11. Свойства непрерывных функций.

12. Степень с рациональным показателем и ее свойства.
13. Понятие логарифма. Свойства. Натуральные логарифмы. Десятичные логарифмы.
14. Логарифмическая функция, ее свойства и график.
15. Логарифмические уравнения и их решение. Логарифмические неравенства и их решение.
16. Показательная функция, ее свойства и график при $a > 1$.
17. Показательная функция, ее свойства и график при $0 < a < 1$.
18. Показательные уравнения, их решение.
19. Показательные неравенства, их решение.
20. Числовая окружность на координатной плоскости. Радианная мера угла.
21. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.
22. Основные тригонометрические тождества.
23. Тригонометрические функции суммы и разности аргументов.
24. Формулы двойного и половинного аргумента.
25. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение. Преобразование произведений в сумму.
26. Формулы приведения.
27. Свойства и график функции $y = \sin x$.
28. Свойства и график функции $y = \cos x$.
29. Свойства и график функции $y = \operatorname{tg} x$.
30. Свойства и график функции $y = \operatorname{ctg} x$.
31. Периодичность и чётность тригонометрических функций.
32. Арксинус, арккосинус и арктангенс.
33. Решение уравнения $\cos x = a$. Частные случаи решения: $\cos x = 0$, $\cos x = 1$, $\cos x = -1$.
34. Решение уравнения $\sin x = a$. Частные случаи решения: $\sin x = 0$, $\sin x = 1$, $\sin x = -1$.
35. Решение уравнений $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.
36. Определение производной. Физический и геометрический смысл.
37. Правила вычисления производных.
38. Производная степенной функции с натуральным показателем. Производные тригонометрических функций.
39. Правило дифференцирования сложной и обратной функций.
40. Производные показательной, логарифмической и обратных тригонометрических функций.
41. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
42. Уравнение касательной к графику функции.
43. Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы. Выпуклость функции.
44. Применение производной для отыскания наибольших и наименьших значений величин.
45. Первообразная. Свойства. Правила отыскания первообразных.
46. Неопределённый интеграл и его свойства.
47. Определённый интеграл и его геометрический смысл.
48. Основные свойства определённого интеграла.
49. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определённого интеграла.
50. Аксиомы стереометрии. Основные понятия и определения. Следствия из аксиом стереометрии.
51. Параллельные прямые в пространстве.
52. Признак параллельности прямой и плоскости.
53. Признак параллельности плоскостей.
54. Существование плоскости, параллельной данной.
55. Свойства параллельных плоскостей.
56. Перпендикулярность прямых в пространстве.
57. Перпендикулярность прямой и плоскости, их свойства
58. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о 3-х перпендикулярах.

59. Признак перпендикулярности плоскостей.
60. Введение декартовых координат в пространстве.
61. Угол между скрещивающимися прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями.
62. Векторы в пространстве. Действия над векторами в векторной форме.
63. Прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве Действия над векторами, заданными координатами.
64. Длина вектора, угол между векторами. Расстояние между точками в пространстве.
65. Понятие о геометрическом теле и его поверхности. Многогранники.
66. Призма. Прямая и правильная призма.
67. Параллелепипед и его свойства.
68. Пирамида. Усеченная и правильная пирамида. Свойства параллельных сечений в пирамиде.
69. Цилиндр и его сечения.
70. Конус и его сечения.
71. Сфера и шар. Сечение шара.
72. Понятие объема. Его свойства. Объем параллелепипеда. Объем призмы. Объем пирамиды.
73. Перестановки, размещения, сочетания без повторений.
74. Формулы комбинаций с повторениями. Правила суммы и произведения.
75. Определения и примеры испытаний, событий, совместных и несовместных событий, противоположных событий.
76. Достоверные и невозможные, случайные события. Сумма и произведение событий.
77. Благоприятствующие события. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.

Рекомендации по заучиванию формул, определений, правил и теорем

Успешное освоение курса математики предполагает не только глубокое понимание изучаемого материала, но также и запоминание достаточно большого количества фактов и определений. Особенно это характерно для старших классов. Практика показывает, что наиболее трудно поддаются запоминанию блоки формул, «похожих» друг на друга (например, формулы произведения из курса тригонометрии), а также различные последовательности цифр (как пример – цифры после запятой в десятичной записи числа π).

Запоминание некоторых фактов облегчают специальные приёмы, которые называют мнемоническими. Мнемоника (от греческого «μνημονικόν» - искусство запоминать) занимается разработкой совокупности специфических приёмов, которые позволяют легко и быстро запоминать информацию, а также увеличивают объём памяти. Достигается такой результат путём образования определённых ассоциаций, замены одних запоминаемых объектов другими. Следует отличать мнемонические приёмы запоминания от запоминания механического («зубрёжки»): в первом случае обязательно предполагается наполнение запоминаемого объекта определённым смыслом и содержанием, что позволяет держать в памяти нужную информацию неограниченное время, тогда как во втором случае запоминание основано на многократном повторении, которое, в конечном счёте, не позволяет владеть выученным материалом и не способствует именно пониманию. В этой связи стоит отметить, что наиболее предпочтительным для учащихся является использование именно мнемонических приёмов, которые обеспечивают и запоминание, и понимание материала.

Проиллюстрируем использование мнемонических приёмов на нескольких конкретных примерах. Для удобства разделим материал на несколько блоков (в зависимости от принадлежности к тому или иному классу).

1) Формулы приведения

Этих формул насчитывается 32 штуки: для каждой из четырёх основных тригонометрических функций по восемь вариантов углов. Проблема заключается ещё и в том, что эти формулы (для данной функции) очень похожи друг на друга. Например, выпишем эти формулы для косинуса:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha; \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha; \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha;$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha; \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha; \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha;$$

$$\cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha; \quad \cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha.$$

Как видим, механическому запоминанию данные формулы практически не поддаются. Отличным способом запоминания (а если точнее, не запоминания, а быстрого вывода) этих формул является «правило ослика». При составлении формулы нужно ответить на 3 вопроса: 1) В какой четверти находится угол? Здесь угол α предполагается острым; 2) Какой знак имеет функция в данной четверти? Ставим этот знак; 3) **Меняется ли** функция на кофункцию? Именно этот шаг оправдывает название правила: если в аргументе стоит $\pi/2$ или $3\pi/2$, то функцию **нужно** поменять (на тригонометрической окружности точка вверху, точка внизу, поэтому «ослик» кивает головой сверху вниз и снизу вверх, тем самым **положительно** отвечая на вопрос); если в аргументе стоит π или 2π , то функцию менять **не нужно** (на тригонометрической окружности точка π слева, точка 2π справа, поэтому «ослик» кивает головой слева направо и справа налево, тем самым **отрицательно** отвечая на вопрос).

2) Достаточные условия монотонности функции на промежутке *

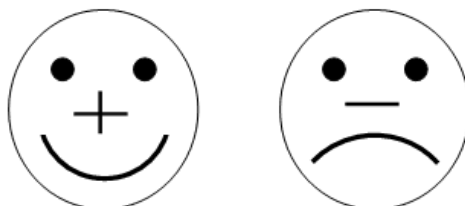
Если функция имеет на промежутке положительную производную, то она возрастает на этом промежутке; если функция имеет на промежутке отрицательную производную, то она убывает на этом промежутке.

Для запоминания этого факта можно использовать «правило горы». Возрастая, функция «**поднимается в гору**», при этом высота её подъёма над поверхностью **увеличивается** (это знак «плюс»); убывая, функция «**спускается с горы**», при этом высота её подъёма над поверхностью **уменьшается** (это знак «минус»).

3) Достаточные условия выпуклости функции на промежутке

Если функция имеет на промежутке положительную вторую производную, то она на этом промежутке выпукла вниз; если функция имеет на промежутке отрицательную вторую производную, то она на этом промежутке выпукла вверх. Здесь применяются три похожих правила.

а) Правило улыбки



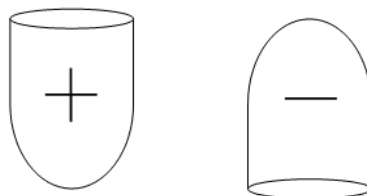
Знак «плюс» ассоциируется с позитивом, поэтому «улыбка весёлая», знак «минус» ассоциируется с негативом, поэтому «улыбка грустная». Улыбка показывает направление выпуклости графика (весёлая – выпуклость вниз, грустная – выпуклость вверх).

б) Правило зонтика



Если зонтик расположен правильно (рисунок слева – видим **выпуклость вверх**), то на голове дождевой воды нет (**нет это «минус»** - знак второй производной). Если зонтик расположен неправильно (рисунок справа – видим **выпуклость вниз**), то на голове дождевая вода есть (**есть это «плюс»** - знак второй производной).

в) Правило стакана



Если стакан стоит правильно, то есть, дно **выпукло вниз**, то в нём **есть** вода (есть это «плюс»). Если стакан стоит неправильно, то есть, дно **выпукло вверх**, то в нём **нет** воды (нет это «минус»).

4) Монотонность показательной и логарифмической функций

Учащиеся должны помнить, что если основание показательной (логарифмической) функции больше единицы, то функция строго возрастает, а если основание меньше единицы (но больше нуля), то функция строго убывает. Здесь можно использовать «правило потолка». Речь идёт о двух множествах: $a > 1$ и $0 < a < 1$. Первое множество неограниченно сверху – **потолка нет**, можно **вытянуться** во весь рост (что ассоциируется с **движением вверх**); второе множество ограничено сверху – **потолок есть**, нужно **пригнуться** (что ассоциируется с **движением вниз**).

5) Дифференцирование экспоненты

Как известно, экспонента является единственной функцией, совпадающей со своей производной. Это **единственная хитрая функция** (сразу видно e^x).

6) Объёмы тел

При запоминании формул для объёмов тел можно использовать стихотворения. Например:

а) Объём шаров слетает с губ – четыре третьих пи эр куб;

б) Чтобы не попасть впросак и не понизить тонуса, твёрдо запомни: пи эр эль – боковая поверхность конуса.

Заметим также, что учащиеся могут пользоваться не только готовыми (общеизвестными) мнемоническими приёмами: можно предлагать самостоятельно придумывать такие приёмы (в виде творческих заданий или даже проектов), особенно ученикам, проявляющим повышенный интерес к математике.

4. Общие указания к выполнению тренировочных упражнений

Тренировочные упражнения нужно выполнять в специально отведенной тетради в клетку, чернилами синего или черного цвета.

Условие каждого задания переписывается полностью или делается краткая запись «Дано» (если это возможно), затем выполняется решение задания и записывается ответ. Иногда ответ можно не записывать (ответом служит график, таблица и т.п.).

Все рисунки и схемы выполняются карандашом, с помощью линейки.

Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

Задания можно выполнять в произвольном порядке

После получения проверенной преподавателем работы студент должен в этой же тетради исправить все отмеченные ошибки и недочеты. Вносить исправления в сам текст работы после ее проверки запрещается.

Зачет за данный вид работы выставляется при условии выполнения не менее 50% заданий

Тренировочные упражнения

1. Исследуйте на четность функцию $y = 2x - \frac{1}{x}$.
2. Найти область определения функции $y = \sqrt{\frac{x-3}{2x+5}}$
3. Решить неравенство: $\frac{x(x+2)}{x-3} \leq 0$.
4. Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 2x^2}{5x^3 - 4x^2}$.
5. Вычислите предел, используя 1-й замечательный предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7 \sin 3x}{2x}$.
6. Вычислите предел, используя 2-й замечательный предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x}\right)^x$.
7. В одной системе координат постройте график функций: а) $y = x^2$; б) $y = x^2 + 4$; в) $y = (x-2)^2$.
8. Найдите значение числового выражения: а) $\sqrt[4]{(-11)^4}$; б) $\sqrt[3]{25 \cdot 135}$.
9. Решить уравнение: $x + \sqrt{3x+4} = 8$.
10. Решить неравенство: $25^{0,5x^2-1} \leq \left(\frac{1}{25}\right)^{-1}$.
11. Решить уравнение: $7^{x+1} - 3^{x-1} = 46$.
12. Решить уравнение: $\lg(x^2 + 6x + 1) - \lg(x + 1) = 0$.
13. Решить неравенство: $16^{0,5x^2-1} \geq \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$.
14. Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{3}}(4 - 3x) > -1$; б) $\log_2(3x - 1) < 1$
15. Решить уравнение: $\sqrt{x-3} \cdot \log_2(x-1) = 0$
16. Решите неравенство: $\log_2(5 - x^2) > 2$.
17. Решить показательное уравнение: $8^{-1} - 2^{x+4} = 32$.
18. Упростите выражение $\frac{\sin^2 x - 1}{\cos^4 x} + \operatorname{tg}^2 x$
19. Вычислить $\sin 2x$, если $\sin x = \frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

20. Докажите тождество: $\frac{2\sin^2 l}{\operatorname{tg} 2l \cdot \operatorname{tg} l} = \cos 2l$.
21. Решить уравнение: а) $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$, б) $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$.
22. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = 0,5x^2 - 2x$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$.
23. Найдите производные функций: а) $f(x) = x^3 + 3x - 1$ б) $f(x) = x^{-3} + \sqrt{x}$.
24. Найдите производную функции: а) $g(x) = (x+5)\sqrt{x}$; б) $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2}{1 + 4x}$; в) $y = \cos(2x+5)$.
25. Исследовать функцию на монотонность с помощью производной: $y = x^3 - 3x^2 + 3$.
26. Вычислить интеграл $\int_{-1}^1 (x^2 + 2) dx$.
27. Для функции $f(x) = \frac{1}{3} \sin \frac{x}{3}$ найдите общий вид первообразных на промежутке $(\frac{1}{3}; \infty)$.
28. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 9 - x^2$, $y = 0$.
29. Вычислите определенный интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos^2 x}$.
30. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: 1, 1, 2.
31. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AC}$, если $A(4; 1; 3)$, $C(8; 0; 5)$.
32. Даны вершины пирамиды $A(2; 3; 1)$, $B(-7; 3; 2)$, $C(-3; -1; 1)$, $D(-3; 2; 5)$. Найдите координаты вектора $5\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BD}$.
33. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 13 см, а высота - 4 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
34. Высота конуса равна 6 см, а радиус основания равен 8 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
35. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 16 см, а высота - 3 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
36. Найдите площадь боковой поверхности правильной усечённой шестиугольной пирамиды, если стороны её основания 4 м и 6 м, а апофема равна 2.
37. Из 20 работников нужно выделить пять человек для работы в новом филиале организации. Сколькими способами это можно сделать?
38. На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, т, м, р, с, о. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на четырёх, вынутых по одной и расположенных «в одну линию» карточках можно будет прочесть слово «трос».
39. В ящике 10 деталей, среди которых 6 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает четыре детали. Найти вероятность того, что все извлечённые детали окажутся окрашенными.

. Методические рекомендации по решению демонстрационного варианта экзаменационной работы

На выполнение письменной экзаменационной работы по математике дается 4 академических часа.

Экзаменационная работа состоит из 2-х частей: обязательной и дополнительной.

Обязательная часть содержит задания базового и повышенного уровня, а дополнительная часть – высокого уровня.

При выполнении заданий 1-11 части 1 достаточно указать полученный ответ. При решении заданий 12 – 17 части 2 требуется решить задания и записать краткий ответ. За каждое правильно выполненное задание из части 1 вы получаете один балл, а из части 2 – 2 балла. Если вы

приводите неверное решение, неверный ответ или не приводите никакого ответа, получаете 0 баллов за задание.

При выполнении любого задания 18 – 21 из дополнительной части необходимо подробно описать решение задач.

Правильное выполнение заданий дополнительной части оценивается 3 баллами.

Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь правильно выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов.

Перед началом работы внимательно ознакомьтесь с критериями оценки и со шкалой перевода баллов в отметки и обратите внимание, что начинать работу следует с заданий обязательной части.

Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
1 – 11	11	Каждый правильный ответ 1 балл
12 - 17	12	Каждый правильный ответ 2 балла
18 - 21	12	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **35 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	30-35
« 4 » (хорошо)	23-29
« 3 » (удовлетворительно)	14-22
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 14

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Часть 1. Выбрать правильный ответ

1. Вычислите $7^{\frac{1}{2} \log_7 9}$

- 1) 3 2) 9 3) -3 4) -9

2. Вычислить $\sqrt[3]{27} * \sin \frac{\pi}{6} + \log_2 8$

- 1) 6 2) 7,5 3) 4,5 4) 12

3. Функция задана формулой $f(x) = 2x^2 - 5$. Закончите записи:

а) $f(2) = 2 * 2^2 - 5 = 2 * 4 - 5 = \dots$

б) $f(0) = \dots$

- 1) а) 3 2) а) -3 3) а) 3 4) а) -3
б) -3 б) -5 б) -5 б) 3

4. Производная функции $y = 2x^2 - \sin x$

- 1) $y' = 4x + \cos x$ 2) $y' = x^3 + \cos x$
3) $y' = 4x - \cos x$ 4) $y' = x^3 - \cos x$

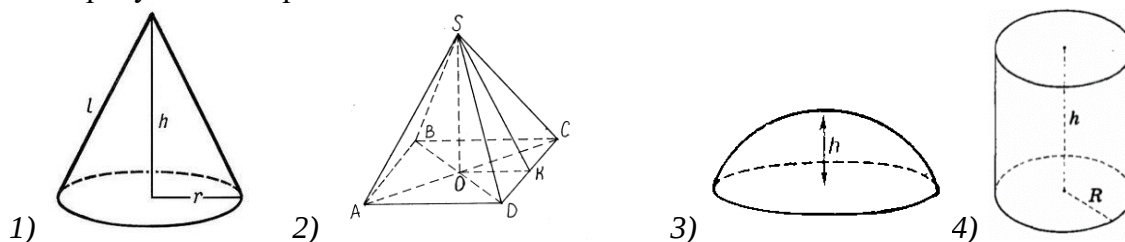
5. Вычислить $\arccos 0 + \arctg 1$

- 1) 0,5 2) 1 3) $\pi/3$ 4) $3\pi/4$

6. Вы сшили 15 различных моделей брюк. Из них 7 черного цвета и 8 серого. Какова вероятность, что покупатель выберет серые брюки?

- 1) 8/7 2) 7/15 3) 7/8 4) 8/15

7. На рисунках изображены:



- 1) а) конус
б) прямоугольная пирамида
в) шаровой сегмент
г) цилиндр
- 2) а) конус
б) прямоугольный параллелепипед
в) четырехугольная призма
г) сфера
- 3) а) конус
б) правильная пирамида
в) шаровой сегмент
г) цилиндр
- 4) а) конус
б) пирамида
в) сфера
г) конус

8. Каким может быть взаимное расположение двух прямых, если обе они параллельны одной плоскости? Выберите неправильный ответ.

- 1) параллельны
2) перпендикулярны
3) скрещиваются
4) пересекаются

9. Какое наименьшее число граней может иметь призма?

- 1) 3 2) 4 3) 5 4) 6

10. Диагональным сечением куба является:

- 1) квадрат 3) параллелограмм
2) прямоугольник 4) ромб

11. Найти объем прямоугольного параллелепипеда, если его измерения 2 см, 4 см, 3 см.

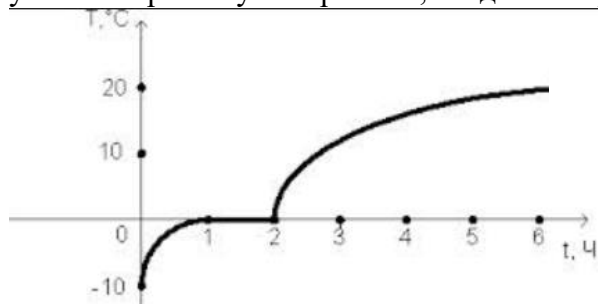
- 1) 24см^3 3) 24см^2
2) 18см^3 4) 18см^2

Часть 2.

В заданиях 12 – 17 запишите краткий ответ:

12. Решить уравнение $2 * \sin x + \sqrt{2} = 0$

13. На рисунке изображен график температуры воздуха от 0 до 6 часов. Используя график, укажите промежуток времени, когда температура была отрицательной



14. Кусок ткани имеет форму прямоугольника, периметр которого равен 8 м. Каковы должны быть размеры этого куса, чтобы его площадь была наибольшей?

15. Из точки к плоскости проведены две наклонные, длины которых равны 23 см и 33 см. Найдите расстояние от точки до плоскости, если проекции наклонных относятся как 2:3

16. Вычислить процент межлекальных выпадов ($В_0$) в раскладке лекал, если площадь раскладки лекал (S_p) – 30 м^2 , а полезная площадь (S_l) – 28 м^2 .

$$Bo = \frac{(Sp - Sl) * 100\%}{Sp}$$

17. В швейном цехе работает 25 человек. Необходимо выбрать старшего мастера и заведующего цехом. Сколько существует способов это сделать?

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Часть 2.

В заданиях 18-21 запишите полное решение:

18. Исследовать функцию $y = x^4 - 4x^2$ и построить её график.

ПРИМЕЧАНИЕ

Схема исследования:

1. Общая характеристика функции.
2. Нахождение области определения функции.
3. Исследование функции на четность и нечетность.
4. Исследование функции на периодичность.
5. Нахождение точек пересечения графика функции с осями координат
6. Нахождение промежутков монотонности (промежутков возрастания и убывания)
7. Нахождение точек экстремума (точек максимума и минимума)
8. Отыскание дополнительных точек для построения графика.
9. Построение графика функции.

19. Решить неравенство $\frac{5x^2 + 4x - 1}{7 - 2x} > 0$

20. Найди объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетами 6 см и 10 см вокруг большего катета. Выполнить чертеж.

Литература

Основные источники

1. Башмаков М.И. Математика: учебник: Рекомендовано ФГАУ «ФИРО». — 7-е изд., стер., - М., ОИЦ «Академия», 2020
2. Башмаков М.И. Математика: учебник / Башмаков М., И. — Москва: КноРус, 2020. — 394 с. — ISBN 978-5-406-01567-4. — URL: <https://book.ru/book/935689>. — Текст : электронный.
3. Башмаков М. Математика. Практикум : учебно-практическое пособие / Башмаков М., И., Энтина С., Б. — Москва :КноРус, 2022. — 294 с. — ISBN 978-5-406-10588-7. — URL: <https://book.ru/book/945228>. — Текст : электронный.
4. Денежкина, И. Е., Теория вероятностей и математическая статистика. : учебное пособие / И. Е. Денежкина, С. Е. Степанов, И. И. Цыганок. — Москва :КноРус, 2021. — 302 с. — ISBN 978-5-406-06325-5-Т-2020. — URL:<https://book.ru/book/939267> — Текст : электронный
5. А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов. Алгебра и начала анализа 10-11.- Изд.: «Просвещение», 2014
6. Н.В. Богомолов, практические занятия по математике: учебное пособие для средних специальных учебных заведений.- Изд.: Академия, 2014

Дополнительные источники

7. Гусев В.А., Григорьев С.Г, Иволгина С.В. Математика. Для профессий и специальностей социально-экономического профиля: учебник: Рекомендовано ФГАУ «ФИРО». — 5-е изд., стер. , - М., ОИЦ «Академия», 2020.
8. В.С. Михеев, Краткий справочник по математике.- Изд.: Академия, 2013
9. Рекомендации по математике. Под ред. Я.С.Городского- Изд.: АСТ, Астрель, 2015
10. М.Я. Выгодский. Справочник по высшей математике.- М.: КомКнига, 2013