Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Республики Марий Эл «Колледж индустрии и предпринимательства»

УТВЕРЖДАЮ:
Зам. директора по УВР
ГБПОУ Республики Марий Эл «КИиП»
_______________ Е.Д. Васюкова
«01» сентября 2021 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЕН.01 МАТЕМАТИКА

для студентов, обучающихся по специальности 11.02.16 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт электронных приборов и устройств

г. Козьмодемьянск, 2021

Методические рекомендации по выполнению практических работ по дисциплине ЕН.01 Математика предназначены для организации деятельности студентов, обучающихся по специальности 11.02.16 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт электронных приборов и устройств

Организация-разработчик: Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Республики Марий Эл «Колледж индустрии и предпринимательства»

Разработчик:
Никифорова Эльвира Лазаревна, преподаватель математики и физики Государственного бюджетного профессионального образовательного учреждения Республики Марий Эл «Колледж индустрии и предпринимательства»

Методические рекомендации рассмотрены на заседании цикловой методической комиссией общеобразовательных дисциплин и дисциплин цикла ОГСЭ и ЕН

Протокол № 1 от « 31 » августа 2021 г.

Председатель методической комиссии ________________ /В.В. Грачева/
подпись *инициалы и фамилия*

Методические указания

Практические занятия по дисциплине ЕН.01 МАТЕМАТИКА необходимы для закрепления знаний, полученных на уроках теоретического обучения, а так же для получения практических умений. Практические задания выполняются студентом с применением знаний, полученных на уроках теоретического обучения, а так же с использованием необходимых пояснений, полученных от преподавателя при выполнении практического задания. Практические задания разработаны в соответствии с программой учебной дисциплины. В зависимости от содержания они могут выполняться студентами индивидуально или фронтально.

Зачет по каждой практической работе студент получает после её выполнения и предоставления в письменном виде отчета, в котором представлены выполненные задания.

1. Практикум по решению задач №1Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах
2. Практикум по решению задач №2 Правила дифференцирования.
3. Практикум по решению задач №3.Неопределенный интеграл и его свойства. Нахождение неопределенного интеграла методами непосредственного интегрирования, подстановки и интегрирования по частям.
4. Практикум по решению задач №4 Определенный интеграл
5. Практикум по решению задач №5.Приложения определенного интеграла к решению геометрических задач
6. Практикум по решению задач №6.Линейные дифференциальные уравнения I порядка.
7. Практикум по решению задач №7.Линейные однородные дифференциальные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами.
8. Практикум по решению задач №8 Исследование на сходимость рядов с положительными членами по признаку Даламбера и знакопеременных рядов по признаку Лейбница.
9. Практикум по решению задач №9 Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Вычисление числовых характеристик дискретной случайной величины.
10. Практикум по решению задач №10 Абсолютная и относительная погрешности приближенного числа. Учет погрешностей и правила действий с приближенными числами.

Критерии оценок

Оценка «5» ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, неявляющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

- выполнено больше 75% заданий;
- либо работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны;
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являются специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставиться, если:

- выполнено более 50% заданий;
- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- выполнено менее 50% заданий;
- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Практическая работа №5

Задание: рассмотрите решенные примеры №1, 2, 4, 5. Решите задания №3 и №6

Кроме **нахождения площади плоской фигуры с помощью определенного интеграла** важнейшим приложением темы является **вычисление объема тела вращения**.

Представьте некоторую плоскую фигуру на координатной плоскости. данную фигуру можно ещё и вращать, причем вращать двумя способами:

– вокруг оси абсцисс OX;
– вокруг оси ординат OY.

Объем тела вращения можно вычислить по формуле:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

. если вращение криволинейной трапеции **вокруг оси ОХ.**

$$V = \pi \int_a^b [\phi(y)]^2 dy$$

, если вращение криволинейной трапеции **вокруг оси ОУ.**

Вычисление объема тела, образованного вращением плоской фигуры вокруг оси OX

Пример 1

Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = 0$ вокруг оси OX.

Решение: Как и в задаче на нахождение площади, **решение начинается с чертежа плоской фигуры**. То есть, на плоскости XOY необходимо построить фигуру, ограниченную линиями $y = 2x - x^2$, $y = 0$, уравнение $y = 0$ задаёт ось OX. Рисунок 1

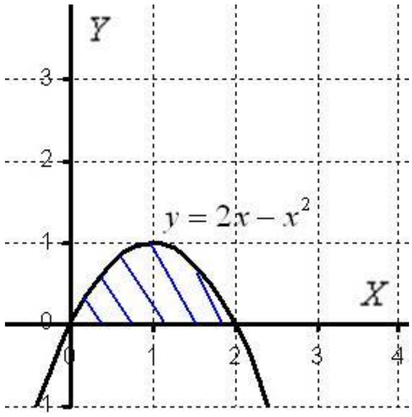


Рисунок 1

Искомая плоская фигура заштрихована, именно она и вращается вокруг оси OX В результате вращения получается летающая тарелка, которая симметрична относительно оси OX.

Плоская фигура ограничена графиком параболы $f(x) = 2x - x^2$ сверху. Это и есть та функция, которая подразумевается в формуле.

В практических заданиях плоская фигура иногда может располагаться и ниже оси OX. Это ничего не меняет – подынтегральная функция в формуле возводится в квадрат: $f^2(x)$, таким образом **интеграл всегда неотрицателен**, что весьма логично.

Вычислить объем тела вращения, используя данную формулу:

$$V = \pi\int_a^b f^2(x)dx = \pi\int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi\int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4)dx =$$

$$= \pi\cdot\left(\frac{4x^3}{3} - x^4 + \frac{x^5}{5}\right)\Big|_0^2 = \pi\cdot\left(\frac{32}{3} - 16 + \frac{32}{5} - 0\right) = \frac{16\pi}{15}$$

Ответ: $V = \frac{16\pi}{15}\,ед^3. \approx 3{,}35\,ед^3.$

Пример 2

Найти объем тела, получаемого вращением вокруг оси ординат криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $x^2 + y^2 = 64$, $y = -5$, $y = 5$, $x = 0$.

Решение.

$$V = \pi\int_{-5}^{5}\left(64 - y^2\right)dy = \pi\left(64y - \frac{y^3}{3}\right)\Bigg|_{-5}^{5} = 556\frac{2}{3}\pi \approx 1163см^3$$

Пример 3

Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $2x - y - 2 = 0$, $y = 0$, $x = 3$

Пример 4

Найти объем тела, получаемого вращением параболической трапеции, вокруг оси абсцисс

$y = \sqrt{x}$, $x = 4$, $y = 0$.

Решение .

$$V = \pi\int_0^4\left(\sqrt{x}\right)^2 dx = \pi\int_0^4 x dx = \pi\cdot\frac{x^2}{2}\Big|_0^4 = 8\pi\ (куб.ед)$$

Пример 5. Вычислить объем тела, образованного вращением лепестка, вокруг оси абсцисс $y = x^2$, $y^2 = x$.

Решение .

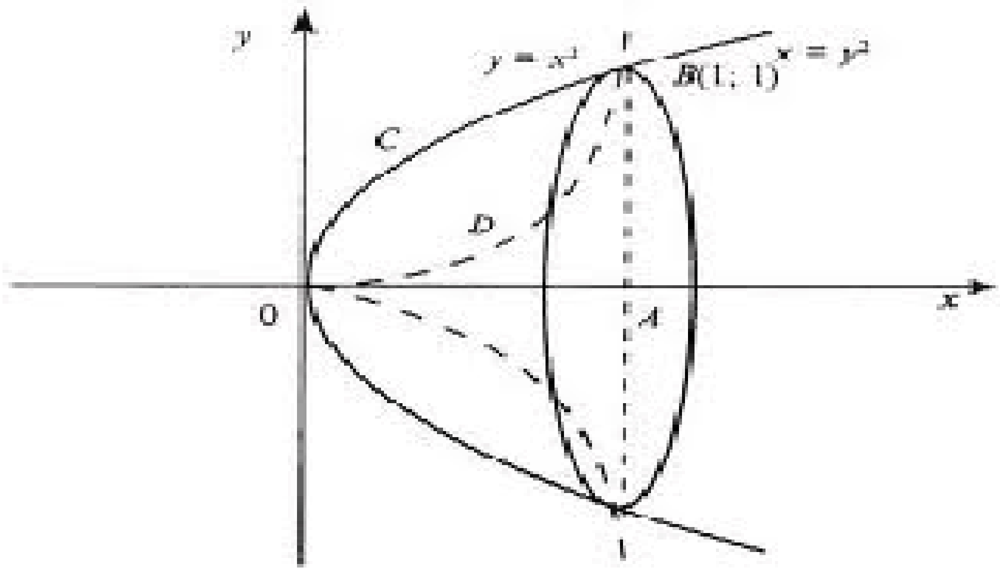


Рисунок 2

Построим графики функции. $y = x^2$, $y^2 = x$. График $y^2 = x$ преобразуем к виду $y = \sqrt{x}$.

Имеем $V = V_1 - V_2$ Вычислим объем каждой функции

$$V_1 = \pi\int_0^1 x dx = \pi \cdot \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}$$

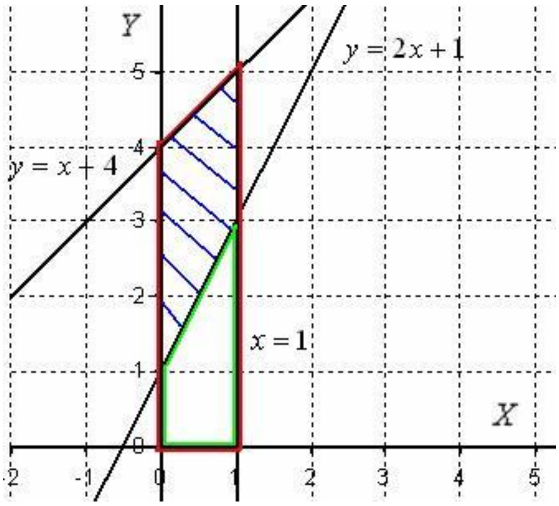
$$V_2 = \pi\int_0^1 x^4 dx = \pi \cdot \frac{x^5}{5}\Big|_0^1 = \frac{\pi}{5}$$

$$V = V_1 - V_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5} = 0{,}3\pi$$

Пример 5

Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями $y = 2x + 1$, $y = x + 4$, $x = 0$ и $x = 1$

Решение: Изобразим на чертеже плоскую фигуру, ограниченную линиями $y = 2x + 1$, $y = x + 4$, $x = 0$, $x = 1$, не забывая при этом, что уравнение $x = 0$ задает ось OY :



Искомая фигура заштрихована. При её вращении вокруг оси OX получается бублик с четырьмя углами.

Объем тела вращения вычислим как *разность объемов тел*.

Сначала рассмотрим фигуру, которая обведена красным цветом. При её вращении вокруг оси OX получается усеченный конус. Обозначим объем этого усеченного конуса через V_1.

Рассмотрим фигуру, которая обведена зеленым цветом. Если вращать данную фигуру вокруг оси OX, то получится тоже усеченный конус, только чуть поменьше. Обозначим его объем через V_2.

И, очевидно, разность объемов $V = V_1 - V_2$ – в точности объем нашего «бублика».

Используем стандартную формулу для нахождения объема тела вращения:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$$

1) Фигура, обведенная красным цветом ограничена сверху прямой $y = x + 4$, поэтому:

$$V_1 = \pi \int_0^1 (x+4)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^2 + 8x + 16)dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} + 4x^2 + 16x \right)\Big|_0^1 = \pi \left(\frac{1}{3} + 4 + 16 \right) = \frac{61\pi}{3}$$

2) Фигура, обведенная зеленым цветом ограничена сверху прямой $y = 2x + 1$, поэтому:

$$V_2 = \pi \int_0^1 (2x+1)^2 dx = \pi \int_0^1 (4x^2 + 4x + 1)dx = \pi \left(\frac{4x^3}{3} + 2x^2 + x \right)\Big|_0^1 = \pi \left(\frac{4}{3} + 2 + 1 \right) = \frac{13\pi}{3}$$

3) Объем искомого тела вращения: $V = V_1 - V_2 = \frac{61\pi}{3} - \frac{13\pi}{3} = \frac{48\pi}{3} = 16\pi$

Ответ: $V = 16\pi\, ед.^3 \approx 50{,}3\, ед^3$.

Можно решение оформить так:

$$V = V_1 - V_2 = \pi\int_0^1 (x+4)^2 dx - \pi\int_0^1 (2x+1)^2 dx = \ldots$$

Пример 6

Дана плоская фигура, ограниченная линиями $y = 3 + \sqrt{x}$, $y = 3 - \sqrt{x}$, x=2

1) Найти площадь плоской фигуры, ограниченной данными линиями. 2) Найти объем тела, полученного вращением плоской фигуры, ограниченной данными линиями, вокруг оси OY.