

Согласовано
Председатель ЦМК ООД
_____ В.В. Грачева
« 20 » января 2022 года

Утверждаю
Зам.директора по учебной работе
_____ Е.Д. Васюкова
« 20 » января 2022 года

Экзаменационная работа по математике

Вариант 1.

Часть А

- A1. (1 балл). Найдите область определения функции $y = \lg(x^2 - 7x)$.
- A2. (1 балл). Найдите корни уравнения $2\sin x + 1 = 0$, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.
- A3. (1 балл). Вычислите: $9^{1,5} - 81^{0,5} - (0,5)^{-2}$.
- A4. (1 балл). Найдите первообразную функции $f(x) = 4 - x^2$, график которой проходит через точку $(3; 6)$.
- A5. (1 балл). Решите неравенство: $\log_3(2x - 1) < 3$.
- A6. (1 балл). Вычислите производную функции в точке $x=1$: $f(x) = 2x^2 + x^3$
- A7. (1 балл). Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 5 см и 12 см вокруг большей стороны.

Часть Б

- B1. (2 балла). Исследуйте и постройте график функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.
- B2. (2 балла). Решите систему уравнений:
 $2^{x-3y} = 16$
 $x - y = 8$
- B 3. (2 балла). Решите уравнение: $\sin^2 x + 5\sin x = -4$
- B4. (2 балла.) Решите систему уравнений:
 $3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 4$
 $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 2$

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

Оценка	Число баллов, необходимое для получения оценки
«2» (неудовлетворительно)	менее 7
«3» (удовлетворительно)	7-9
«4» (хорошо)	10-12
«5» (отлично)	13-15

Согласовано
Председатель ЦМК ООД
В.В. Грачева
« 20 » января 2022 года

Утверждаю
Зам.директора по учебной работе
Е.Д. Васюкова
« 20 » января 2022 года

Экзаменационная работа по математике

Вариант 2.

Часть А

- A1. (1 балл). Найдите область определения функции $y = \lg(2x^2 + 9x)$.
- A2. (1 балл). Решите неравенство: $\log_5(2x + 1) < 1$.
- A3. (1 балл). Вычислите: $25^{1,5} + (0,25)^{-0,5} - 81^{0,75}$.
- A4. (1 балл). Найдите первообразную функции $f(x) = x - 2x^3$, график которой проходит через точку (2; 5).
- A5. (1 балл). Решите уравнение: $\lg(2 - x) = 2 \lg 4 - \lg 2$
- A6. (1 балл). Вычислите производную функции в точке $x=1$: $f(x) = x^5 - x$
- A7. (1 балл). Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетами 6 см и 9 см вокруг меньшего катета.

Часть Б (дополнительная часть)

- B1. (2 балла). Исследуйте функцию и постройте ее график $f(x) = x^4 - 8x^2$.
- B2. (2 балла). Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 3^{x-3y} = 27 \\ y - x = 3 \end{cases}$$
- B3. (3 балла.) Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 5 \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$
- B4. (2 балла). Найдите $\sin x$, если $\cos x = 0,6$, $0 < x < \pi/2$.

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

Оценка	Число баллов, необходимое для получения оценки
«2» (неудовлетворительно)	менее 7
«3» (удовлетворительно)	7-9
«4» (хорошо)	10-12
«5» (отлично)	13-15

Согласовано
Председатель ЦМК ООД
В.В. Грачева
« 20 » января 2022 года

Утверждаю
Зам.директора по учебной работе
Е.Д. Васюкова
« 20 » января 2022 года

Экзаменационная работа по математике

Вариант 3.

Часть А (обязательная часть)

- A1. (1 балл). Найдите область определения функции $y = \lg(4x^2 + 11x)$.
- A2. (1 балл). Решите неравенство: $5^{x+4} < 125$.
- A3. (1 балл). Найдите первообразную функции $f(x) = 5x + 10$, график которой проходит через точку $(-2; 5)$.
- A4. (1 балл). Решите уравнение: $\log_3(x^2 - 2x) > 1$
- A5. (1 балл). Найдите корни уравнения $2\cos x - 1 = 0$.
- A6. (1 балл). Найдите значение производной функции $f(x) = 2x^2 + x^3 - 6$ в точке $x_0 = 2$.
- A7. (1 балл). Найдите объем тела, полученного при вращении квадрата со стороной 8 см. вокруг прямой, соединяющей середины противоположных сторон.

Часть Б (дополнительная часть)

- Б1. (2 балла). Исследуйте функцию и постройте ее график $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$.
- Б2. (2 балла). Решите систему уравнений:
 $4x + y = -10$
 $\log_3(3y - x) = 2$
- Б3. (3 балла.) Решите систему уравнений:
 $2\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3$
 $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 2$
- Б4. (2 балла). Решите уравнение: $2\cos^2 x + 3\cos x = 2$

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

Оценка	Число баллов, необходимое для получения оценки
«2» (неудовлетворительно)	менее 7
«3» (удовлетворительно)	7-9
«4» (хорошо)	10-12
«5» (отлично)	13-15

Эталон ответов:

Вариант 2.

A1. Найдите область определения функции $y = \lg(2x^2 + 9x)$.

$$2x^2 + 9x > 0$$

$$x(2x+9) > 0$$

$$x > 0$$

$$2x+9 > 0$$

$$x < 0$$

$$2x+9 < 0$$

Отсюда:

$$x > 0$$

$$x > -4,5$$

$$x < 0$$

$$x < -4,5$$

Ответ: $x \in (-\infty; -4,5) \cup (0; +\infty)$

A2. Решите неравенство: $\log_5(2x + 1) < 1$.

$$\log_5(2x + 1) < 1$$

$$\log_5(2x + 1) < \log_5 5$$

$$2x+1 < 5$$

$$x < 2$$

$$2x+1 > 0$$

$$x > -0,5$$

Ответ: $x \in (-0,5; 2)$

A3. Вычислите: $25^{1,5} + (0,25)^{-0,5} - 81^{0,75}$.

$$25^{1,5} + (0,25)^{-0,5} - 81^{0,75}$$

$$5^3 + 4^{0,5} - 3^3 = 125 + 2 - 27 = 100$$

Ответ: 100

A4. Найдите первообразную функции $f(x) = x - 2x^3$, график которой проходит через точку $(2, 5)$.

$$F(x) = x^2/2 - x^4/2 + C$$

$$F(2) = 2^2/2 - 2^4/2 + C = 5$$

$$C = 11$$

Ответ: $F(x) = x^2/2 - x^4/2 + 11$

A5. Решите уравнение: $\lg(2 - x) = 2 \lg 4 - \lg 2$

$$\lg(2 - x) = \lg(4^2 / 2)$$

$$2 - x = 8$$

$$x = -6$$

Ответ: $x = -6$

A7. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетами 6 см и 9 см вокруг меньшего катета.

Дано:

$$H = 6 \text{ см.}$$

$$R = 9 \text{ см.}$$

$$V = ?$$

Решение:

$$V = 1/3 \pi * R^2 * H$$

$$V = 1/3 \pi * 9^2 * 6$$

$$\text{Ответ: } V = 162 \pi \text{ см}^3.$$

Часть Б (дополнительная часть)

Б1. Исследуйте функцию и постройте ее график $f(x) = x^4 - 8x^2$.

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$E(f) = \mathbb{R}$$

Функция четная.

$$f'(x) = 4x^3 - 16x$$

$$4x^3 - 16x = 0$$

$$x = 0 \text{ и } x = -2 \text{ и } x = 2$$

x	$(-\infty; -2)$	-2	$(-2; 0)$	0	$(0; 2)$	2	$(2; +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$		-16		0		-16	
		min		max		min	

Б2. Решите систему уравнений:

$$3^{x-3y}=27$$

$$y-x=3$$

$$3^{x-3y}=3^3$$

$$x-3y=3$$

$$x-3(3+x)=3$$

$$x=-6$$

$$y=3+x$$

$$y=3+x$$

$$y=3+x$$

$$y=-3$$

Ответ: $x=-6$ $y=-3$

Б3. Найдите $\sin x$, если $\cos x = 0,6$, $0 < x < \pi/2$.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$\sin x = \sqrt{1 - (0,6)^2}$$

$$\sin x = 0,8$$

Ответ: $\sin x = 0,8$

Эталон ответов:

Вариант 1.

Часть А (обязательная часть)

A1. Найдите область определения функции $y = \lg(x^2 - 7x)$.

$$y = \lg(x^2 - 7x)$$

$$x^2 - 7x > 0$$

$$x(x-7) > 0$$

$$x > 0$$

и

$$x < 0$$

$$x > 7$$

$$x < 7$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; 0) \cup (7; +\infty)$$

A2. Найдите корни уравнения $2\sin x + 1 = 0$, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

$$2\sin x + 1 = 0$$

$$2\sin x = -1$$

$$\sin x = -1/2$$

$$\text{Ответ: } x = 7\pi/6; \quad x = 11\pi/6.$$

A3. Вычислите: $9^{1,5} - 81^{0,5} - (0,5)^{-2}$.

$$9^{1,5} - 81^{0,5} - (0,5)^{-2} = 3^3 - 3^2 - 2^2 = 27 - 9 - 4 = 14$$

A4. Найдите первообразную функции $f(x) = 4 - x^2$, график которой проходит через точку $(3, 6)$.

$$F(x) = 4x - x^3/3 + C$$

$$F(3) = 4 \cdot 3 - 3^3/3 + C = 6$$

$$C = 3$$

$$\text{Ответ: } F(x) = 4x - x^3/3 + 3$$

A5. Решите неравенство: $\log_3(2x - 1) < 3$.

$$\log_3(2x - 1) < 3$$

$$\log_3(2x - 1) < \log_3 3^3$$

$$2x - 1 < 27 \quad x < 14$$

$$2x - 1 > 0 \quad x > 1/2$$

$$\text{Ответ: } x \in (1/2; 14)$$

A7. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 5 см и 12 см вокруг большей стороны.

Дано:

$$H = 12 \text{ см.}$$

$$R = 5 \text{ см.}$$

$$V - ?$$

Решение:

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot H$$

$$V = \pi \cdot 5^2 \cdot 12$$

$$\text{Ответ: } V = 300 \pi \text{ см}^3.$$

Часть Б (дополнительная часть)

B1. Исследуйте и постройте график функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$E(f) = \mathbb{R}$$

Функция общего вида.

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$D=36 \quad x_1=1 \quad x_2=3$$

x	$(-\infty; 1)$	1	$(1; 3)$	3	$(3; +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		6		2	
		max		min	

Б2. Решите систему уравнений:

$$2^{x-3y}=16$$

$$x-y=8$$

$$2^{x-3y}=2^4$$

$$x-3y=4$$

$$x-3(8+y)=4$$

$$x=10$$

$$x-y=8$$

$$x=8+y$$

$$x=8+y$$

$$y=2$$

Ответ: $x=10$ $y=2$

Б4. (4 балла.) Решите систему уравнений:

$$3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 4$$

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 2$$

$$\sqrt{x}=a$$

$$\sqrt{y}=b$$

$$3a-2b=4$$

$$ab=2$$

$$b_1=1$$

$$b_2=-3$$

$$a_1=2$$

$$a_2=-2/3$$

$$x_1=4$$

$x_2=4/9$ – не подходит

$$y_1=1$$

$y_2=9$ – не подходит

Ответ: $x=4$ $y=1$

Согласовано
Председатель ЦМК ООД
В.В. Грачева
« 20 » января 2022 года

Утверждаю
Зам.директора по учебной работе
Е.Д. Васюкова
« 20 » января 2022 года

Экзаменационная работа по математике I курс
Вариант 1.
Часть А

A1. (1 балл). Решите уравнение: $\cos x = -\sqrt{3}/2$

A2. (1 балл). Решите уравнение: $\operatorname{tg}(x-\pi/4) = \sqrt{3}$

A3. (1 балл). Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^{x-3y}=16 \\ x-y=8 \end{cases}$$

A4. (1 балл). Решите неравенство: $\log_4(x+1) > 2$

A5. (1 балл). Решите уравнение: $\sqrt{x^2-7} = 3$

A6. (1 балл). Товар на распродаже уценили на 40%, при этом он стал стоить 810 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

A7. (1 балл). В среднем за день во время конференции расходуется 80 пакетиков чая. Конференция длится 4 дня. В пачке чая 100 пакетиков. Какого наименьшего количества пачек чая хватит на все дни конференции?

Часть Б

Б1. (2 балла.) Найдите область определения функции:

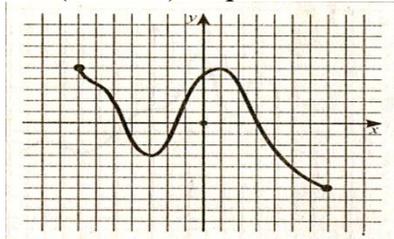
$$f(x) = \log_4 \frac{3x+1}{9x-2}$$

Б 2. (2 балла). Решите уравнение: $2\sin^2 x - 3\sin x = 2$

Б3. (2 балла.) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 4 \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

Б4. (2 балла). Проведите исследование функции по общей схеме, заданной графиком.



Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

Оценка	Число баллов, необходимое для получения оценки
«2» (неудовлетворительно)	менее 7
«3» (удовлетворительно)	7-9
«4» (хорошо)	10-12
«5» (отлично)	13-15

Эталон ответов:

Вариант 1.

Часть А

A1. (1 балл). Решите уравнение: $\cos x = -\sqrt{3}/2$
 Ответ: $x = 5\pi/6 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; x = 7\pi/6 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

A2. (1 балл). Решите уравнение: $\operatorname{tg}(x - \pi/4) = \sqrt{3}$
 $(x - \pi/4) = \pi/3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}; (x - \pi/4) = 4\pi/3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
 $x = \pi/3 + \pi n + \pi/4, n \in \mathbb{Z}; x = 4\pi/3 + \pi n + \pi/4, n \in \mathbb{Z}$.
 Ответ: $x = 7\pi/12 + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = 19\pi/12 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

A3. (1 балл). Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^{x-3y}=16 \\ x-y=8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 2^{x-3y}=2^4 \\ x-y=8 \end{array} \quad \begin{array}{l} x-3y=4 \\ x=8+y \end{array} \quad \begin{array}{l} x-3(8+y)=4 \\ x=10 \end{array} \quad \begin{array}{l} x=10 \\ y=2 \end{array}$$

Ответ: $x=10 \quad y=2$

A4. (1 балл). Решите неравенство: $\log_4(x+1) > 2$

$$\log_4(x+1) > \log_4 4^2$$

$$\begin{array}{l} (x+1) > 16 \\ (x+1) > 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} x > 15 \\ x > -1 \end{array}$$

Ответ: $x \in (15; +\infty)$

A5. (1 балл). Решите уравнение: $\sqrt{x^2 - 7} = 3$

$$\begin{array}{l} x^2 - 7 = 9 \\ x^2 = 16x = \pm 4 \end{array}$$

Ответ: $x = \pm 4$

A6. (1 балл). Товар на распродаже уценили на 40%, при этом он стал стоить 810 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Решение.

Товар стоил до распродажи $810 : 0,60 = 1350$ рублей.

Ответ: 1350.

A7. (1 балл). В среднем за день во время конференции расходуется 80 пакетиков чая. Конференция длится 4 дня. В пачке чая 100 пакетиков. Какого наименьшего количества пачек чая хватит на все дни конференции?

Решение.

Для конференции необходимо приобрести $80 \cdot 4 = 320$ пакетиков чая. Поскольку в пачке 100 пакетиков необходимо приобрести не менее 4 пачек. Следовательно, нужно приобрести 4 пачек чая.

Ответ: 4.

Часть Б

B1. (2 балла.) Найдите область определения функции:

$$f(x) = \log_4 \frac{3x+1}{9x-2}$$

$$\begin{array}{l} 3x+1 \\ 9x-2 \end{array}$$

Ответ: $x \in (-\infty; -1/3) \cup (2/9; +\infty)$

Б 2. (2 балла). Решите уравнение: $2\sin^2x - 3\sinx = 2$

$$2a^2 - 3a - 2 = 0$$

$$D = 25 \quad a_1 = 2$$

$$\sinx_1 = 2 - \text{не подходит}$$

$$\text{Ответ: } x = 7\pi/6 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad x = 11\pi/6 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$a_1 = -1/2$$

$$\sinx_2 = -1/2$$

Б3. (2 балла.) Решите систему уравнений:

$$3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 4$$

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 2$$

$$\sqrt{x} = a \quad \sqrt{y} = b$$

$$3a - 2b = 4$$

$$ab = 2$$

$$b_1 = 1 \quad b_2 = -3$$

$$a_1 = 2 \quad a_2 = -2/3$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = 4/9 - \text{не подходит}$$

$$y_1 = 1 \quad y_2 = 9 - \text{не подходит}$$

$$\text{Ответ: } x=4 \quad y=1$$

Б4. (2 балла). Проведите исследование функции по общей схеме, заданной графиком.

Область определения	$[-7;7]$
Область значений	$[-6;5]$
Точки пересечения с осями координат	$A(-4,5;0), B(-1.5;0), C(0;4), D(4;0)$
Функция > 0	$[-7;-4.5] \cup [-1.5;3]$
Функция < 0	$[-4.5;-1.5] \cup [3;7]$
Экстремумы функции	$x_1 = -3, y_1 = -3 - \text{min}; \quad x_2 = 1, y_2 = 5 \text{ max}$

Согласовано
Председатель ЦМК ООД
В.В. Грачева
« 20 » января 2022 года

Утверждаю
Зам.директора по учебной работе
Е.Д. Васюкова
« 20 » января 2022 года

Экзаменационная работа по математике I курс
Вариант 2.
Часть А

A1. (1 балл). Решите уравнение: $\operatorname{tg}x = -\sqrt{3}$

A2. (1 балл). Решите уравнение: $\sin(x + \pi/4) = 1$

A3. (2 балла). Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 3^{x-3y}=27 \\ y-x=3 \end{cases}$$

A4. (1 балл). Решите неравенство: $\log_5(3x - 2) < 1$

A5. (1 балл). Решите уравнение: $\sqrt{x^4+9} = 5$

A6. (1 балл). Товар на распродаже уценили на 45%, при этом он стал стоить 110 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

A7. (1 балл). В среднем за день во время конференции расходуется 60 пакетиков чая. Конференция длится 9 дней. В пачке чая 50 пакетиков. Какого наименьшего количества пачек чая хватит на все дни конференции?

Часть Б

Б1. (2 балла.) Найдите область определения функции:

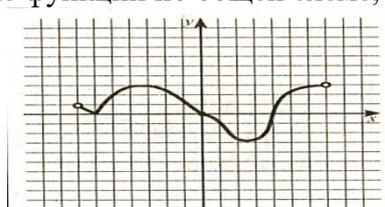
$$f(x) = \log_5 \frac{4x-1}{1-16x}$$

Б 2. (2 балла). Решите уравнение: $2\cos^2x + 3\cos x = 2$

Б3. (2 балла.) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3 \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

Б4. (2 балла). Проведите исследование функции по общей схеме, заданной графиком.



Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

Оценка	Число баллов, необходимое для получения оценки
«2» (неудовлетворительно)	менее 7
«3» (удовлетворительно)	7-9
«4» (хорошо)	10-12
«5» (отлично)	13-15

Эталон ответов:

Вариант 2.

Часть А (обязательная часть)

A1. (1 балл). Решите уравнение: $\operatorname{tg}x = -\sqrt{3}$
Ответ: $x = 2\pi/3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = 5\pi/3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

A2. (1 балл). Решите уравнение: $\sin(x + \pi/4) = 1$
 $(x + \pi/4) = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = \pi/2 + 2\pi n - \pi/4, n \in \mathbb{Z}$
Ответ: $x = \pi/4 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

A3 (1 балл). Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3^{x-3y}=27 \\ y-x=3 \end{cases}$$

$3^{x-3y}=3^3$ $x-3y=3x-3(3+x)=3$ $x=-6$
 $y=3+x$ $y=3+x$ $y=3+x$ $y=-3$ Ответ: $x=-6$ $y=-3$

A4. (1 балл). Решите неравенство: $\log_5(3x - 2) < 1$
 $\log_5(3x - 2) < \log_5 5^1$
 $(3x - 2) < 5$ $3x < 7$
 $(3x - 2) > 0$ $3x > 2$
Ответ: $x \in (2/3; 7/3)$

A5. (1 балл). Решите уравнение: $\sqrt{x^4+9} = 5$
 $x^4 + 9 = 25$ $x^4 = 16x = \pm 2$
Ответ: $x = \pm 2$

A6. (1 балл). Товар на распродаже уценили на 45%, при этом он стал стоить 110 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Решение.

Товар стоил до распродажи $110 : 0,55 = 200$ рублей.

Ответ: 200.

A7. (1 балл). В среднем за день во время конференции расходуется 60 пакетиков чая. Конференция длится 9 дней. В пачке чая 50 пакетиков. Какого наименьшего количества пачек чая хватит на все дни конференции?

Решение.

Для конференции необходимо приобрести $60 \cdot 9 = 540$ пакетиков чая. Поскольку в пачке 50 пакетиков необходимо приобрести не менее 11 пачек. Следовательно, нужно приобрести 11 пачек чая.

Ответ: 11.

Часть Б (дополнительная часть)

Б1. (2 балла.) Найдите область определения функции:

$$f(x) = \log_5 \frac{4x-1}{1-16x} \quad x \neq 1/16$$

$$\frac{4x-1}{1-16}$$

Ответ: $x \in (1/16; 1/4)$

Б 2. (2 балла). Решите уравнение: $2\cos^2x + 3\cos x = 2$
 $2a^2 + 3a - 2 = 0$

$$D = 25 \quad a_1 = -2 \quad a_1 = 1/2$$

$$\cos x_1 = -2 - \text{не подходит} \quad \cos x_2 = 1/2$$

$$\text{Ответ: } x = \pi/3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad x = 5\pi/3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Б3. (2 балла.) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3 \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

$$\sqrt{x} = a \quad \sqrt{y} = b$$

$$2a - b = 3$$

$$ab = 2$$

$$b = 2a - 3$$

$$2a^2 - 3a - 2 = 25$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = -0.5$$

$$b_1 = 1$$

$$b_2 = -4$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 1/4$$

$$y_1 = 1$$

$$y_2 = 16 - \text{не подходит}$$

$$\text{Ответ: } x = 4$$

$$y = 1$$

Б4. (2 балла). Исследуйте функцию и постройте ее график.

Область определения	$[-7; 7]$
Область значений	$[-3; 3]$
Точки пересечения с осями координат	$A(0; 0), B(4; 0)$
Функция > 0	$[-7; 0] \cup [4; 7]$
Функция < 0	$[0; 4]$
Экстремумы функции	$x_1 = 2,5, y_1 = -3 - \text{min}; \quad x_2 = -3,5, y_2 = 3 - \text{max}$

Согласовано
Председатель ЦМК ООД
В.В. Грачева
« 20 » января 2022 года

Утверждаю
Зам.директора по учебной работе
Е.Д. Васюкова
« 20 » января 2022 года

Экзаменационная работа по математике I курс
Вариант 3.

Часть А (обязательная часть)

A1. (1 балл). Решите уравнение: $\sin x = -1$

A2. (1 балл). Решите уравнение: $\cos(x + \pi/2) = -1$

A3. (1 балл). Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 4x + y = -10 \\ \log_3(3y-x) = 2 \end{cases}$$

A4. (1 балл). Решите уравнение: $\sqrt{x^3 - 2} = 5$

A5. (1 балл). Решите неравенство: $\log_3(2x - 1) < 2$

A6. (1 балл). Призёрами городской олимпиады по математике стали 25 учащихся, что составило 5% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

A7. (1 балл). Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Маша купила 1 кг 500 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна была получить с 500 рублей?

Часть Б (дополнительная часть)

Б1. (2 балла.) Найдите область определения функции:

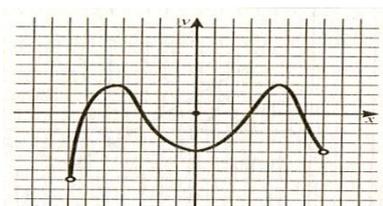
$$f(x) = \log_3 \frac{16-x}{x-2}$$

Б 2. (2 балла). Решите уравнение: $\sin^2 x + 5\sin x = -4$

Б3. (2 балла.) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 5 \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

Б4. (2 балла). Проведите исследование функции по общей схеме, заданной графиком.



Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

Оценка	Число баллов, необходимое для получения оценки
«2» (неудовлетворительно)	менее 7
«3» (удовлетворительно)	7-9
«4» (хорошо)	10-12
«5» (отлично)	13-15

Эталон ответов:
Вариант 3.
Часть А (обязательная часть)

A1. (1 балл). Решите уравнение: $\sin x = -1$
Ответ: $x = 3\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

A2. (1 балл). Решите уравнение: $\cos(x + \pi/2) = -1$
 $(x + \pi/2) = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = \pi + 2\pi n - \pi/2, n \in \mathbb{Z}$
Ответ: $x = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

A3. (1 балл). Решите систему уравнений:

$$\begin{aligned}4x + y &= -10 \\ \log_3(3y - x) &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= -10 - 4x & -30 - 12x - x &= 9 & -13x &= 39 & x &= -3 & y &= 2 \\ 3y - x &= 9 & \text{Ответ: } x &= -3 & y &= 2\end{aligned}$$

A4. (1 балл). Решите уравнение: $\sqrt{x^3 - 2} = 5$
 $x^3 - 2 = 25$ $x^3 = 27$ $x = 3$
Ответ: $x = 3$

A5. (1 балл). Решите неравенство: $\log_3(2x - 1) < 2$
 $\log_3(2x - 1) < \log_3 3^2$
 $(2x - 1) < 9$ $2x < 10$
 $(2x - 1) > 0$ $2x > 1$
Ответ: $x \in (1/2; 5)$

A6. (1 балл). Призёрами городской олимпиады по математике стали 25 учащихся, что составило 5% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

Решение.

Разделим 25 на 0,05:

Значит, в олимпиаде участвовало 500 человек.

Ответ: 500.

A7. (1 балл). Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Маша купила 1 кг 500 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна была получить с 500 рублей?

Решение.

Найдем стоимость 1 кг 500 г клубники: $1,5 * 80 = 120$ рубля. Значит, с 500 рублей Маша получит сдачи $500 - 120 = 380$ рублей.

Ответ: 380.

Часть Б (дополнительная часть)

B1. (2 балла.) Найдите область определения функции:

$$f(x) = \log_3 \frac{16-x}{x-2} \quad x \neq 2$$

$$16 - x$$

$$x - 2$$

Ответ: $x \in (2; 16)$

Б 2. (2 балла). Решите уравнение: $\sin^2 x + 5\sin x = -4$

$$a^2 + 5a + 4 = 0$$

$$D = 9$$

$$a_1 = -4$$

$$a_2 = -1$$

$$\sin x_1 = -4 \text{ – не подходит}$$

$$\sin x_2 = 1$$

Ответ: $x = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Б3. (2 балла.) Решите систему уравнений:

$$\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 5$$

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 2$$

$$\sqrt{x} = a$$

$$\sqrt{y} = b$$

$$a + 3b = 5$$

$$ab = 2$$

$$a = 5 - 3b$$

$$3b^2 - 5b + 2 = 0$$

$$b_1 = 1$$

$$b_2 = 2/3$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 3$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 9$$

$$y_1 = 1$$

$$y_2 = 4/9$$

Ответ: $x_1 = 4$

$x_2 = 9$

$y_1 = 1$

$y_2 = 4/9$

Б4. (2 балла). Исследуйте функцию и постройте ее график

Область определения	$[-7; 7]$
Область значений	$[-7; 3]$
Точки пересечения с осями координат	$A(-6; 0), B(-3; 0), C(0; -4), D(3; 0), E(5, 5; 0)$
Функция > 0	$[-6; -3] \cup [3; 6]$
Функция < 0	$[-7; -6] \cup [-3; 3] \cup [5, 5; 7]$
Экстремумы функции	$x_1 = 0, y_1 = -4$ – min; $x_2 = -4, 5, y_2 = 3$ max $x_3 = 4, 5, y_3 = 3$ max

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

Оценка	Число баллов, необходимое для получения оценки
«2» (неудовлетворительно)	менее 7
«3» (удовлетворительно)	7-9
«4» (хорошо)	10-12
«5» (отлично)	13-15