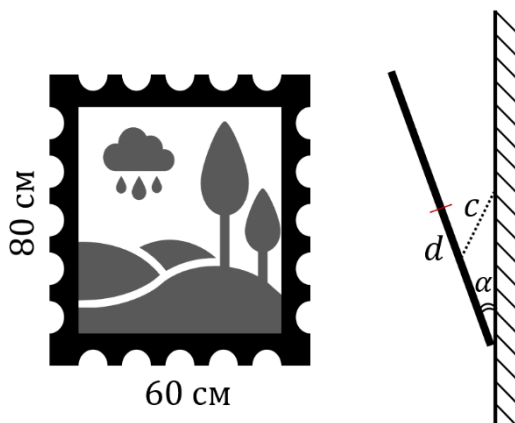


Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников по физике
2021-2022 учебный год

Критерии оценивания

11 класс

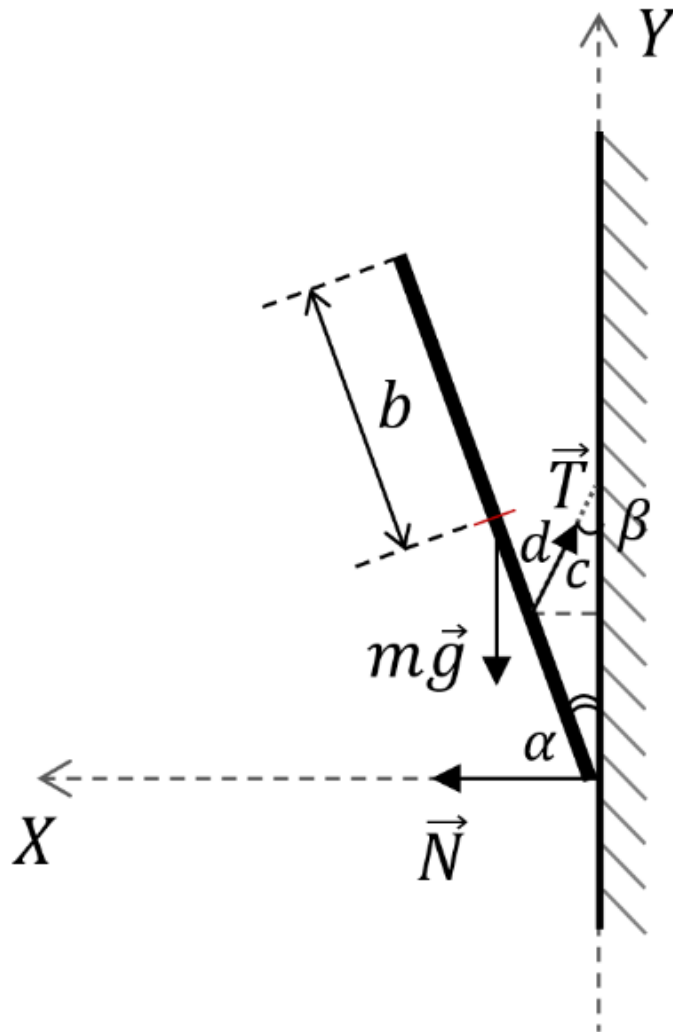
Задача 1. «Картина» (10 баллов). Максим учится в художественной школе. Его пейзаж «Осенний лес» получил высокую оценку, и он решил повесить картину у себя в комнате. Размер картины в рамке 60×80 см ($a = 60$ см, $b = 80$ см). Крепление у картины находилось на $d = 25$ см ниже центра тяжести, длина веревки $c = 10$ см. Он искал, в каком месте вбить гвоздь в стену. Угол наклона картины к стене должен быть таким, чтобы она не перевернулась, и при этом пейзаж был хорошо освещен. Под каким же углом к стене Максим повесил картину? Трение о стену не учитывать.



Решение.

Условия равновесия картины:

1. Сумма проекций сил на оси X и Y равна нулю: $N = T \sin \beta$ и $mg = T \cos \beta$.
2. Сумма моментов сил относительно оси, проходящей через точку прикрепления веревки к картине, равна нулю: $mgd \sin \alpha = N(b - d) \cos \alpha$.



По теореме синусов для треугольника, образованного веревкой, частью картины и частью стены в плоскости XOY , имеем: $c \sin \beta = (b - d) \sin \alpha$.

Выразим N из первого условия и подставим во второе: $d \tan \alpha = (b - d) \tan \beta$. Используя последнее уравнение и теорему синусов, получим систему уравнений:

$$(b - d) \sin \alpha = c \sin \beta \quad (1); \quad d \tan \alpha = (b - d) \tan \beta \quad (2).$$

Разделим уравнение (1) на уравнение (2), заменим \cos углов на \sin , возведем в квадрат обе части уравнения, и перейдем к одному углу α , используя уравнение (1). После преобразований получим следующее выражение для искомого угла:

$$\sin^2 \alpha = \frac{\left(\frac{c}{b-d}\right)^2 - \left(\frac{b-d}{d}\right)^2}{1 - \left(\frac{b-d}{d}\right)^2} = 0.132. \text{ Откуда } \sin \alpha = 0.363, \text{ угол } \alpha = 21^\circ.$$

Критерии оценивания (10 баллов).

- 1) Сделан рисунок с указанием векторов сил, действующих в системе – 2 балла.
- 2) Записано условие равновесия картины для сил и моментов сил – 3 балла.
- 3) Сделаны математические преобразования, приводящие к ответу – 4 балла.
- 4) Получено числовое значение для угла – 1 балл.

Задача 2. «Водородное топливо» (10 баллов). В настоящее время очень много исследований и публикаций посвящено переходу на экологически чистое водородное топливо. Однако для небольших сварочных работ уже достаточно давно используют смесь водорода с кислородом, которую получают при электролизе воды. Напряжение между электродами ячейки устройства для электролиза составляет примерно 2 В. Сколько выделяется тепла при сгорании 1 г водорода в кислороде, если КПД устройства составляет примерно 75%?

Масса электрона $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Число Авогадро $6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

Решение.

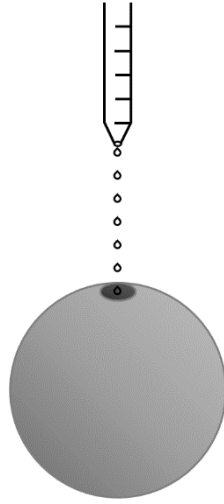
Ячейку устройства можно рассматривать как гальванический элемент. Работа сторонних сил расходуется при электролизе на образование водорода, при сгорании которого выделяется теплота в количестве, равном данной работе. По закону Фарадея для получения m граммов водорода через ячейку должен протечь заряд $q = \frac{mZeN_A}{A} = \frac{mZF}{A}$. Здесь A – атомная масса 1г/моль

Полезным эффектом данного устройства является выделение тепла $A_{\text{пол}} = Q = A_{\text{стор}}$, а затратами – работа источника $A_{\text{затр}} = qU$. КПД ячейки $\eta = \frac{Q}{A_{\text{затр}}} = \frac{Q}{qU} = \frac{QA}{mZFU}$. Отсюда количество теплоты $Q = \frac{\eta mZFU}{A} \approx 0.145$ МДж.

Критерии оценивания (10 баллов).

- 1) Рассмотрена работа ячейки и применен закон Фарадея – 1 балл.
- 2) Определено, что является полезной работой – 3 балл.
- 3) Определено, что является затраченной работой – 3 балл.
- 4) Получено выражение для количества теплоты – 2 балл.
- 5) Вычислено количество теплоты – 1 балл.

Задача 3. «Заряд шара» (10 баллов). Над тонкостенным металлическим шаром, радиус которого $R = 5$ см, на высоте $h = 10$ см находится капельница с заряженной жидкостью (см. рис.). Капли жидкости падают из капельницы в небольшое отверстие в шаре. Определить максимальный заряд Q_0 , который накопится на шаре, если заряд каждой капли $q = 1.8 \cdot 10^{-11}$ Кл. Радиус капель $r = 1$ мм. Плотность жидкости считать равной плотности воды.



Решение.

Максимальное количество капель, попавших в отверстие шара, ограничивается его объемом: $n_1 = \frac{\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)} = \left(\frac{R}{r}\right)^3 = 1.25 \cdot 10^5$.

Заряд, накапливающийся в шаре по мере падения капель, отталкивает вновь падающие капли. Обозначим через $Q = n_2 q$ заряд шара, здесь n_2 – число капель, попавших в шар. Запишем закон сохранения энергии: $mgh + k \frac{qQ}{R+h} = \frac{m\vartheta^2}{2} + k \frac{qQ}{R}$, где $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ – масса капли, $\rho = 10^3$ кг/м³ – плотность воды, ϑ – скорость капли при попадании в отверстие шара, $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$. При условии, когда Q_0 максимален, скорость $\vartheta = 0$, тогда $mgh + k \frac{qQ_0}{R+h} = k \frac{qQ_0}{R}$. Откуда $Q_0 = \frac{mgR(R+h)}{kq} \approx 1.9 \cdot 10^{-6}$ Кл.

Проверим, уместятся ли в шаре все капли, несущие такой заряд:

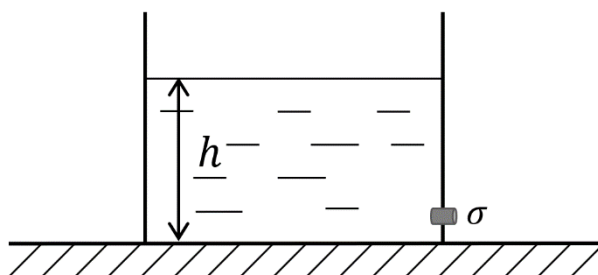
$$n_{2\max} = \frac{mgR(R+h)}{kq^2} \approx 1.06 \cdot 10^5 < n_1.$$

Критерии оценивания (10 баллов).

- 1) Вычислено максимальное количество капель, которые могут попасть в шар – 1 балл.
- 2) Записан закон сохранения энергии для капель, попадающих в шар – 3 балла.
- 3) Записано условие попадания в шар последней капли – 2 балла.
- 4) Вычислен максимальный заряд шара – 2 балла.
- 5) Выполнена проверка, войдут ли все капли в шар, которые сообщат шару максимальный заряд – 2 балла.

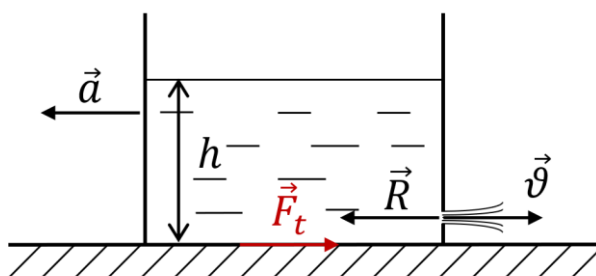
Задача 4. «Вытекание воды» (10 баллов). На шероховатой поверхности стола стоит широкий сосуд массой m . Площадь дна сосуда равна S . В боковой стене у самого дна имеется закрытое пробкой отверстие сечением σ (см. рис.). В сосуд наливают воду. Когда высота воды в сосуде достигнет величины h , пробка выскальзывает из отверстия, и сосуд приходит в движение с ускорением a . Найти

коэффициент трения между дном и поверхностью стола. Каков должен быть коэффициент трения, чтобы сосуд остался на месте после выскальзывания пробки?



Решение.

Сосуд может прийти в движение под действием силы реакции вытекающей воды R (см. рис.).



Для ее нахождения применим закон изменения импульса к воде, которая вытекает из сосуда за малый промежуток времени Δt : $\rho\sigma v^2\Delta t = R\Delta t$, где v – скорость вытекающей воды, а ρ – плотность воды.

Скорость v можно найти, приравнявая работу сил гидростатического давления и энергию вытекающей струи: $P\sigma v\Delta t = \frac{\Delta m v^2}{2} = \frac{1}{2}\rho\sigma v\Delta t v^2$, где $P = \rho gh$ – давление жидкости на уровне пробки. Откуда $v^2 = 2gh$.

Таким образом, сила реакции вытекающей воды $R = 2\rho\sigma gh$.

Применим к сосуду с водой второй закон Ньютона:

$$(m + \rho gSh)a = 2\rho\sigma gh - \mu(m + \rho gSh)g,$$

$$\mu = \frac{2\rho\sigma gh - (m + \rho gSh)a}{(m + \rho gSh)g}.$$

Из ответа видно, что чем с меньшим ускорением a приходит в движение сосуд, тем больше коэффициент трения μ . Максимальное значение коэффициента трения, при котором сосуд еще может скользить по поверхности $\mu_1 = \frac{2\rho\sigma gh}{(m + \rho gSh)g}$. Если же $\mu > \mu_1$, то сосуд останется на месте.

Критерии оценивания (10 баллов).

1) Записан второй закон Ньютона для нахождения силы реакции вытекающей воды – 3 балла.

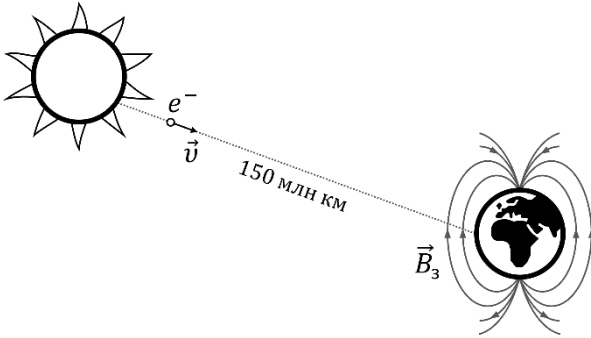
2) На основе работы сил гидростатического давления получено выражение для кинетической энергии вытекающей воды на – 2 балла.

3) При использовании формулы для гидростатического давления, получено выражение для силы реакции воды – 1 балл.

- 4) Записан второй закон Ньютона для сосуда с водой – 2 балла.
 5) Получено выражение для максимального значения коэффициента трения – 2 балла.

Задача 5. «Радиационные пояса Земли» (10 баллов).

На Землю от Солнца все время летит поток элементарных частиц (в основном электронов и протонов), которые захватываются магнитным полем Земли, образуя радиационные пояса (см. рисунок).

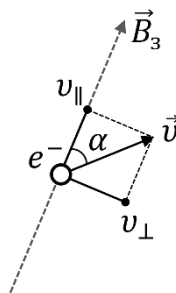


Найти радиус окружности, которую описывают электроны в магнитном поле внутреннего радиационного пояса со средней индукцией магнитного поля 50 мкТл, если от Солнца до Земли электроны пролетают в среднем за 2.5 суток. Считать, что эти частицы попадают в магнитное поле под углом 30° . Оценить время пролета электронов от полюса к полюсу, предполагая, что радиационный пояс находится на высоте в 500 км от поверхности Земли. Неоднородность магнитного поля у полюсов не учитывать.

Справочные данные: расстояние от Солнца до Земли 150 млн км; радиус Земли 6400 км; заряд электрона $1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл; масса электрона $9.1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Решение.

Расчет скорости прилета частиц к Земле дает значение ≈ 700 км/с.



Выполним разложение на продольную и перпендикулярную составляющие скорости частиц по отношению к направлению вектора магнитной индукции Земли (см. рис.): $v_{\parallel} = v \cdot \cos \alpha$ и $v_{\perp} = v \cdot \sin \alpha$. Используя силу Лоренца, сообщаемую частицам центростремительное ускорение, по второму закону Ньютона получим формулу для радиуса траектории частиц: $R = \frac{m \cdot v \sin \alpha}{e \cdot B_3} \approx 4$ см.

Длина пути электронов при перемещении от полюса к полюсу: $L = \pi \cdot (R + h) \approx 22 \cdot 10^6$ м. Время пролета при этом составит ≈ 36 с (с продольной скоростью $v_{\parallel} = v \cdot \cos \alpha$).

Критерии оценивания (10 баллов).

- 1) Вычислена скорость прилета частиц к Земле – 1 балл.
- 2) Проведено разделение на продольную и перпендикулярную составляющие скорости частиц по отношению к направлению вектора магнитной индукции – 2 балла.
- 3) Получена формула для радиуса окружности траектории частиц – 2 балла.
- 4) Вычислен радиус окружности, описываемой электронами – 2 балла.
- 5) Вычислена длина пути электронов от полюса к полюсу и время пролета – 3 балла.