

# Решение текстовых

## задач

для подготовки

для подготовки

к итоговой аттестации

к итоговой аттестации

в 9 классе

в 9 классе

к ЕГЭ в 11 классе

к ЕГЭ в 11 классе

В данном учебном пособии рассмотрены способы, а также показаны этапы решения типовых текстовых задач. Пособие предназначено учащимся старших классов и учителям для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе, к сдаче единого государственного экзамена (ЕГЭ).

1. Нахождение дроби от числа .

**Чтобы найти дробь ( процент ) от числа , надо эту дробь умножить на это число .**

**Пример :**

•  $\frac{3}{5}$  части от 12 кг сахара израсходованы на варенье . Сколько кг сахара израсходовано ?

**Решение:**  $\frac{3}{5}$  части от 12 кг  $\Rightarrow \frac{3}{5} \cdot 12 = 7,2$  ( кг ) – израсходовано сахара .

• Найти 75% от 124  $\Rightarrow 75\% \cdot 124 = 0,75 \cdot 124 = 93$

• Найти 0,65 от 0,56  $\Rightarrow 0,65 \cdot 0,56 = 0,364$

2. Нахождение числа по его дроби .

**Чтобы найти число по данному значению его дроби , надо это значение разделить на дробь.**

**Пример :**

• *Расчистили от снега  $\frac{2}{5}$  катка , что составляет 800 кв.м Найти площадь всего катка .*

**Решение:**  $\frac{2}{5}$  составляет 800 кв.м  $\Rightarrow 800 : \frac{2}{5} = 800 \cdot \frac{5}{2} = \frac{800 \cdot 5}{2} = 2000$  (кв.м )- площадь всего катка.

• *Пшеницей засеяно 2400 га , что составляет 0,8 части всего поля .*

*Найдите площадь всего поля .*

**Решение:** 0,8 составляет 2400 га  $\Rightarrow 2400 : 0,8 = 3000$  ( га ) – площадь всего поля

• *Масса вяленой рыбы составляет 55% массы свежей рыбы . Сколько нужно взять свежей рыбы , чтобы получить 231 кг вяленой ?*

**Решение :** 55% составляет 231 кг  $\Rightarrow 231 : 55\% = 231 : 0,55 = 420$  (кг ) – нужно свежей рыбы.

3. Нахождение отношений.

**Частное двух чисел называют отношением этих чисел . Отношение показывает , во сколько раз первое число больше второго или какую часть первое число составляет от второго.**

**Пример :**

• *От куска материи длиной 5м отрезали 2м . Какую часть куска материи отрезали ?*

**Решение :** 2м от 5м  $\Rightarrow 2 : 5 = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$  ( отрезанная часть от всего куска )

**Запомни :**

1). 1% - сотая часть числа (  $1\% = \frac{1}{100} = 0,01$  )

2). При решении задач надо учитывать , первоначальная данная всегда составляет 100% или 1 целое.

3). Решение задач такого типа можно решать как отношения.

$$120 \text{ кг} - 100\% \quad x = \frac{120 \cdot 65}{100} = 78 \text{ ( кг )}$$

$$x \text{ кг} - 65\%$$

4).  $120 \text{ кг} - 1 \text{ целое} \quad x = \frac{120 \cdot 0,65}{1} = 78 \text{ ( кг )}$

$$x \text{ кг} - 0,65 \text{ части}$$

**Задача :** В 1-ый день ученик прочитал  $\frac{1}{3}$  всей книги , во 2-ой день прочитал 60% остатка , а в 3-ий день остальные 32 страницы книги .Вычислите , сколько всего страниц было прочитано за 1-ый и 2-ой день .

**Решение :**

1).  $1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$  ( части ) – прочитал за 2-ой и 3-ий день ( остаток от 1-го дня )

2) 60% от  $\frac{2}{3}$  части  $\Rightarrow 60\% \cdot \frac{2}{3} = 0,6 \cdot \frac{2}{3} = 0,4$  ( части ) – прочитал за 2-ой день

3)  $1 - \frac{1}{3} - 0,4 = \frac{2}{3} - \frac{4}{10} = \frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{10}{15} - \frac{6}{15} = \frac{4}{15}$  ( части ) - прочитал за 3-ий день

4)  $\frac{4}{15}$  части составляет 32 страницы  $\Rightarrow 32 : \frac{4}{15} = \frac{32 \cdot 15}{4} = 120$  ( стр.) – страниц в

книге

5)  $(\frac{1}{3} + 0,4)$  от 120 стр.  $\Rightarrow (\frac{1}{3} + 0,4) \cdot 120 = \frac{11}{15} \cdot 120 = 88$  ( стр.) - прочитал за 1-ый и 2-ой дни.

**Ответ :** 88 страниц

**Задача** При получении денег через банкомат банк удерживает 3% от полученной суммы . Сколько всего денег будет снято со счета клиента , если он получает через банкомат а р.?

**Решение :**

1 способ. Банк удерживает 3% от а р . значит  $3\% \text{ а р.} = 0,03 \text{ а р.}$ , отсюда будет снято со счета  $\text{а} + 0,03 \text{ а}$  (р).

2 способ. Полученная сумма равна 103% от а р. , отсюда  $103\% \text{ а} = 1,03 \text{ а} = \text{а} + 0,03 \text{ а}$  (р)

**Ответ:**  $\text{а} + 0,03 \text{ а}$  (р)

**Задача :** При покупке стиральной машины стоимостью 6500 рублей покупатель предъявил вырезанную из газеты рекламу, дающую право на скидку в 5% . Сколько он заплатил за машин?

**Решение:**

1)  $100\% - 5\% = 95\%$  - заплатил от стоимости машины

2) 95% от 6500 р.  $95\% \cdot 6500 = 0,95 \cdot 6500 = 6175$  (р) – заплатил за машину

**Ответ:** 6175 рублей.

**Задача :** Премия составила 130% от зарплаты , какую премию получил работник , если зарплата его равна 5500 рублей .

**Решение:** 1) 130% от 5500 руб.  $\Rightarrow 130\% \cdot 5500 = 1,3 \cdot 5500 = 7150$  (руб.) – премия работника.

**Ответ:** 7150 рублей.

**Задача :** Товар поступил на продажу по цене 800 рублей . В соответствии с положением цена нереализованного товара каждый месяц снижается на 10%. Сколько будет стоить товар на 50-ый день , если не будет куплен ?

**Решение :**

- 1)  $100\% - 10\% = 90\%$  - стоит от цены товара после 1-го месяца
- 2) 90% от 800 руб.  $90\% * 800 = 0,9 * 800 = 720$  (руб.) – стоит после 1-го

месяца

**Ответ :** 720 рублей (так как не прошло 2 месяца )

**Задача** Влажность свежих грибов 90% , а сухих – 15%. Сколько сухих грибов получится из 1,7кг свежих ?

**Решение:**

- 1)  $100\% - 90\% = 10\%$  - составляют чистые грибы в свежих
- 2) 10% от 1,7 кг  $\Rightarrow 10\% * 1,7 = 0,1 * 1,7 = 0,17$  ( кг ) – масса чистых

грибов

- 3)  $100\% - 15\% = 85\%$  - составляют чистые грибы в сухих
- 2) 85% составляет 0,17 кг  $\Rightarrow 0,17 : 85\% = 0,17 : 0,85 = 0,2$  ( кг ) – масса

сухих грибов

**Ответ:** 0,2 кг

**Задача :** Клиент внес 3000 рублей на 2 вклада , один из которых дает годовой доход в 8% , а другой в 10% . Через год на двух счетах у него было 3260 рублей. Какую сумму внес на каждый вклад ?

**Решение :**

- 1) Пусть  $x$  р. он внес в 1-ый вклад , тогда  $3000 - x$  р. – внес во 2-ой вклад .
- 2) 108% от  $x$  р.  $\Rightarrow 108\% * x = 1,08 x$  (р.) – сумма 1-го вклада через год
- 3) 110% от  $(3000 - x)$  р.  $\Rightarrow 110\% * (3000 - x) = 1,1 * (3000 - x)$  (р.) – сумма 2-го вклада через год .

4)  $1,08x + 1,1 * (3000 - x) = 3260$

$$1,08x + 3300 - 1,1x = 3260$$

$$- 0,02x = 3260 - 3300$$

$$- 0,02x = - 260$$

$$x = - 260 : (- 0,02)$$

$$x = 1300 \text{ (р.)} - \text{сумма 1-го вклада}$$

$$3000 - 1300 = 1700 \text{ ( р. )} - \text{сумма 2-го вклада}$$

**Ответ :** 1300 рублей и 1700 рублей .

**Задача:** По пенсионному фонду банк выплачивает 10% годовых. Был открыт счет в 50000 рублей . Каков доход был получен по истечении трех лет?

**Решение:**

	первонач.	через 1 год	через 2 года	через 3 года
проценты	100%	110%	$110\% * (110\%)$	$110\% * (110\% * (110\%))$
части	1	1,1	$1,1 * 1,1$	$1,1 * 1,1 * 1,1$
сумма, руб.	50000	$50000 * 1,1$	$50000 * 1,1 * 1,1$	$50000 * 1,1 * 1,1 * 1,1$
		55000	60500	66550

Отсюда доход составил  $66550 - 50000 = 11550$  (рублей).

**Ответ:** 11550 рублей.

**Задача:** После двух повышении на одно и тоже число процентов цена товара возросла с 3000 до 4320 рублей. На сколько процентов увеличилась цена товара при каждом повышении?

Решение:

	первонач.	через 1 год	через 2 года
проценты	100%	100%+x%	(100%+x%)*(100%+x%)
части	1	1+0,01x	(1+0,01x)(1+0,01x)
сумма, руб.	3000	3000*(1+0,01x)	3000*(1+0,01x)* (1+0,01x ) = 4320 (рублей)

$$3000*(1+0,01x)*(1+0,01x) = 4320$$

Отсюда  $x = 20$

**Ответ:** на 20%.

**Задача:** В сосуде находится 10% раствор спирта. Из сосуда отлили  $\frac{1}{3}$  части содержимого, а оставшуюся часть долили водой так, что сосуд оказался заполненным на  $\frac{5}{6}$  части от первоначальной массы. Какое процентное содержание спирта оказалось окончательно в сосуде?

**Решение:**

Пусть в сосуде находится **100 грамм** раствора, из них 90 грамм воды и 10 грамм спирта.(см. условие)

Отлили  $\frac{1}{3} \cdot 100 \text{ гр.}$ , осталось  $\frac{2}{3} \cdot 100 \text{ гр.}$ , который содержит  $10\% * \frac{2}{3} \cdot 100 \text{ гр.} = \frac{20}{3} \text{ гр.}$  спирта.

Долили воду и его масса стала  $\frac{5}{6} \cdot 100 = \frac{250}{3} \text{ грамма}$ .

$$\begin{array}{l} \frac{250}{3} \text{ гр.} \dots\dots\dots 100\% \\ \text{Отсюда} \quad \frac{20}{3} \text{ гр.} \dots\dots\dots x\% \end{array} \quad x = \frac{\frac{20}{3} \cdot 100}{\frac{250}{3}} = 8 \text{ (процентов).}$$

**Ответ:** 8%.

**Задача :** Сколько граммов 15% - ного раствора соли надо добавить к 50 граммам 60% - ного раствора соли, чтобы получить 40% -ный раствор соли.

**Решение :**

- 1) **m** гр. – масса 15% - ного раствора соли  $\Rightarrow$   
 соли 15% от **m** гр.  $\Rightarrow 15\% * m = 0,15m$  (гр.) – масса соли  
 вода 85% от **m** гр.  $\Rightarrow 85\% * m = 0,85m$  (гр.) – масса воды
- 2) рассмотрим 60% раствор соли массой 50 граммов  
 соли 60% от 50 гр.  $\Rightarrow 60\% * 50 = 0,6 * 50 = 30$  (гр.) – масса соли  
 вода 40% от 50 гр.  $\Rightarrow 40\% * 50 = 0,4 * 50 = 20$  (гр.) – масса воды

3) рассмотрим 40%-ный раствор соли

соль:  $0,15m + 30$  составляет 40%  $\Rightarrow (0,15m + 30) : 40\% = (0,15m + 30) : 0,4$  (гр.) – масса всего раствора

вода:  $0,85m + 20$  составляет 60%  $\Rightarrow (0,85m + 20) : 60\% = (0,85m + 20) : 0,6$  (гр.) – масса всего раствора .

4)  $(0,15m + 30) : 0,4 = (0,85m + 20) : 0,6$

$$\frac{0,15m + 30}{0,4} = \frac{0,85m + 20}{0,6}$$

$$(0,15m + 30) \cdot 0,6 = (0,85m + 20) \cdot 0,4$$

$$0,09m + 18 = 0,34m + 8$$

$$0,09m - 0,34m = 8 - 18$$

$$-0,25m = -10$$

$$m = -10 : (-0,25)$$

$$m = 40 \text{ (гр.)} - \text{масса } 15\% \text{-ного раствора соли .}$$

**Ответ :** 40 граммов .

**Задача :** Апельсины подешевели на 30% . Сколько апельсинов можно теперь купить на те же деньги , на которые раньше покупали 2,8 кг .

**Решение :** Пусть  $x$  руб. – цена 1 кг до подешевления

$(100\% - 30\%)$  от  $x$  руб.  $70\% \cdot x = 0,7x$  (руб.) – цена 1 кг после подешевления  
 $y$  кг – масса апельсина после подешевления

	цена , руб.	количество , кг	сумма , руб.
до подешев.	$x$	2 , 8	2 , 8 $x$
после подешев	0 , 7 $x$	$y$	0 , 7 $x y$

$$2,8x = 0,7xy$$

$$2,8 = 0,7y$$

$$y = 2,8 : 0,7$$

$$y = 4 \text{ (кг)} - \text{масса купленных апельсинов после подешевления .}$$

**Ответ :** 4 кг .

**Задача :** Из пункта А в пункт В выехал велосипедист , а через 1 час вслед за ним выехал турист на мопеде , скорость которого на 25% больше скорости велосипедиста

Еще через 1 час после этого из пункта А в пункт В выехал мотоциклист , скорость которого на 60% больше скорости туриста на мопеде . Велосипедист и турист прибыли в пункт В одновременно . На сколько минут раньше прибыл в пункт В мотоциклист ?

**Решение :**

$x$  км/час – скорость велосипедиста

125%  $x = 1,25x$  км/час – скорость мопеда

160%  $\cdot 1,25x = 1,6 \cdot 1,25x = 2x$  км/час – скорость мотоциклиста

	скорость , км/час	время , час	путь , км
велосипедист	x	y +1	x ( y+1)
на мопеде	1 , 25 x	y	1 , 25 x y
мотоциклист	2 x	z	2 x z

равны

$$x ( y+1) = 1 , 25 x y \quad (\text{обе части уравнения сокращаем на } x)$$

$$y +1 = 1 , 25 y$$

$$y = 4 (\text{часа}) - \text{время движения туриста на мопеде}$$

$$4 +1 = 5 (\text{часа}) - \text{время движения велосипедиста}$$

$$1 , 25 x y = 2 x z \quad (\text{обе части уравнения сокращаем на } x)$$

$$1 , 25 *4 = 2 z$$

$$5 = 2 z$$

$$z = 2 , 5 (\text{часа}) - \text{время движения мотоциклиста}$$

Учитывая , что мотоциклист вышел на 2 часа позже , чем велосипедист , отсюда следует , что мотоциклист приехал на 0,5 часа раньше .

**Ответ :** 30 минут

**Запомни :**  $\frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$        $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$        $\frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$

$$\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$$

$$1 \text{ мин.} = \frac{1}{60} \text{ часа}$$

$$15 \text{ мин.} = \frac{15}{60} \text{ часа} = \frac{1}{4} \text{ часа}$$

$$1 \frac{\text{км}}{\text{час}} = \frac{1\text{км}}{1\text{час}} = \frac{1000\text{м}}{3600\text{сек}} = \frac{5}{18} \frac{\text{м}}{\text{сек}}$$

$$1 \frac{\text{м}}{\text{сек}} = \frac{1\text{м}}{1\text{сек}} = \frac{\frac{1}{1000}\text{км}}{\frac{1}{3600}\text{часа}} = \frac{3600\text{км}}{1000\text{час}} = 3,6 \frac{\text{км}}{\text{час}}$$

**Задача:** На двух множительных аппаратах , работающих одновременно , можно сделать копию рукописи за 20 минут . За какое время можно выполнить эту работу на каждом аппарате в отдельности , если известно , что при работе на первом для этого потребуется на 30 минут меньше , чем при работе на втором ?

**Решение :**

При работе аппаратов по отдельности .

	Количество работы за 1 мин.	Время , мин.	Работа, часть
1-ый аппарат	$\frac{1}{x}$	x	1
2-ой аппарат	$\frac{1}{x+30}$	x+30	1



При совместной работе аппаратов

	Количество работы за 1 мин.	Время, мин.	Работа, часть
1-ый аппарат	$\frac{1}{x}$	20	$\frac{20}{x}$
2-ой аппарат	$\frac{1}{x+30}$	20	$\frac{20}{x+30}$

При совместной работе они выполняют 1 работу .

$$\frac{20}{x} + \frac{20}{x+30} = 1, \text{ умножим обе части уравнения на } x(x+30) \neq 0$$

$$20x + 600 + 20x - x^2 - 30x = 0$$

$$-x^2 + 10x + 600 = 0$$

$$x^2 - 10x - 600 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 10$$

$$x_1 \cdot x_2 = -600 \dots x_1 = 30 \dots x_2 = -20$$

Отсюда  $x=30$  (мин.) – выполнит работу 1 аппарат ,  $30+30=60$  (мин.) – выполнит работу 2 аппарат .

**Ответ :** 30 мин., 60 мин.

**Задача :** Одна мельница может смолоть 38 ц пшеницы за 6 часов , другая – 96 ц за 15 часов , третья – 35 ц за 7 часов . Как распределить 133 т пшеницы между мельницами , чтобы они помоли зерно в течение одного и того же времени ?

$$\frac{38}{6} = \frac{19}{3} = 6\frac{1}{3} \text{ ц...за..1 час} - 1 \text{ мельница}$$

**Решение:**  $\frac{96}{15} = \frac{32}{5} = 6\frac{2}{5} \text{ ц...за..1 час} - 2 \text{ мельница}$

$$\frac{35}{7} = 5 \text{ ц...за..1 час} - 3 \text{ мельница}$$

$x$  час – время работы всех трех мельниц , тогда

$$x \cdot \left( 6\frac{1}{3} + 6\frac{2}{5} + 5 \right) = 1330$$

$$x = 75 \text{ часов}$$

$$75 \cdot 6\frac{1}{3} = 475 \text{ (ц)} - 1 \text{ мельница}$$

$$75 \cdot 6\frac{2}{5} = 480 \text{ (ц)} - 2 \text{ мельница}$$

$$75 \cdot 5 = 375 \text{ (ц)} - 3 \text{ мельница}$$

**Ответ :** 475 ц , 480 ц , 375 ц .

**Задача:** Соединили два сплава с содержанием меди 40% и 60% и получили 45% меди. Найдите отношение масс исходных сплавов.

**Решение:** Пусть 1-ый сплав имеет массу  $m_1$ , тогда меди будет  $40\%m_1$  и других веществ  $60\%m_1$ .

Пусть 2-ой сплав имеет массу  $m_2$ , тогда меди будет  $60\%m_2$  и других веществ  $40\%m_2$ .

Смешали и получили сплав массой  $m_1 + m_2$ , в котором меди  $40\%m_1 + 60\%m_2$ , что составляет 45% от  $m_1 + m_2$ . Тогда получаем  $45\%(m_1 + m_2) = 40\%m_1 + 60\%m_2$ .

$$0,45(m_1 + m_2) = 0,4m_1 + 0,6m_2$$

$$0,45m_1 + 0,45m_2 = 0,4m_1 + 0,6m_2$$

$$0,05m_1 = 0,15m_2$$

$$m_1 = 3m_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{1} \dots \text{или} \dots m_1 \div m_2 = 3 \div 1$$

**Ответ :** 3 к 1 или 3:1.

**Задача.** Болельщик хочет успеть на стадион к началу матча. Если он пойдет из дома пешком со скоростью 5 км/ч, то опоздает на 1 ч, а если поедет на велосипеде со скоростью 10 км/ч, то приедет за 30 мин. до начала матча. Сколько времени остается до начала матча?

**Решение:**

Пусть  $y$  часов – время до начала матча.

	скорость , км/час	время , час	путь , км
пешком	5	$y + 1$	$5 ( y + 1 )$
на велосипеде	10	$y - 0,5$	$10 ( y - 0,5 )$

равны

$$5 ( y + 1 ) = 10 ( y - 0,5 )$$

$$5y + 5 = 10y - 5$$

$$5y - 10y = - 5 - 5$$

$$- 5y = - 10$$

$$y = - 10 : ( - 5 )$$

$y = 2$  ( часа ) – время до начала матча.

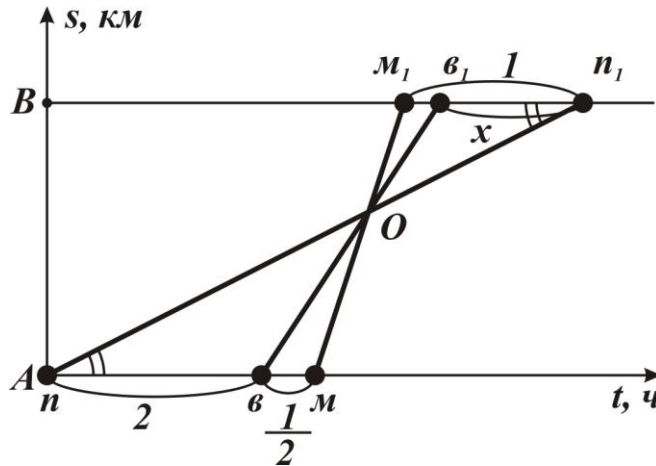
**Ответ:** 2 часа.

**Задача:** Из пункта А в пункт В вышел пешеход. Вслед за ним через 2 часа из пункта А выехал велосипедист, а ещё через 30 минут – мотоциклист. Пешеход, велосипедист и мотоциклист двигались равномерно без остановок. Через некоторое время после выезда мотоциклиста оказалось, что к этому моменту времени все трое преодолели одинаковую часть пути от А до В. На сколько минут раньше пешехода в пункт В прибыл велосипедист, если пешеход прибыл в пункт В на 1 час позже мотоциклиста.

**Решение.**

Ситуацию, описанную в задаче, изобразим графически. По оси абсцисс будем отмечать время движения каждого тела, выраженное в часах, а по оси ординат – расстояние, выраженное в километрах. Движение равномерное, значит, графиками будут отрезки, причём все три отрезка пересекутся в одной точке, так как все трое к одному моменту времени преодолели одинаковую часть пути.

Построим графики движения пешехода  $nn_1$ , велосипедиста  $vv_1$ , мотоциклиста  $mm_1$ .



Пусть  $v_1n_1 = x$  часов – время, на которое велосипедист прибыл раньше пешехода, тогда из подобия пар треугольников  $vnO$  и  $v_1n_1O$ ,  $mnO$  и  $m_1n_1O$  имеем

$$\frac{nO}{n_1O} = \frac{vn}{v_1n_1}, \frac{nO}{n_1O} = \frac{mn}{m_1n_1} \Leftrightarrow \frac{vn}{v_1n_1} = \frac{mn}{m_1n_1} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{2,5} \Leftrightarrow x = \frac{4}{5}.$$

По смыслу задачи  $x$  должна быть положительной величиной,

$$x = \frac{4}{5} > 0 \Leftrightarrow \frac{4}{5} \text{ ч} = 48 \text{ мин.} - \text{ время, на которое велосипедист прибыл раньше пешехода.}$$

**Ответ:** 48 минут.

**Задача:** Три населенных пункта А, В и С расположены на одной прямой трассе, причём пункт В находится между А и С. Из пунктов А и В по направлению к С одновременно выехали две машины. Через 5 часов расстояние между ними составило треть расстояния ВС, а ещё через 5 часов они одновременно прибыли в пункт С. Найдите отношение скоростей автомобилей.

**Решение.**

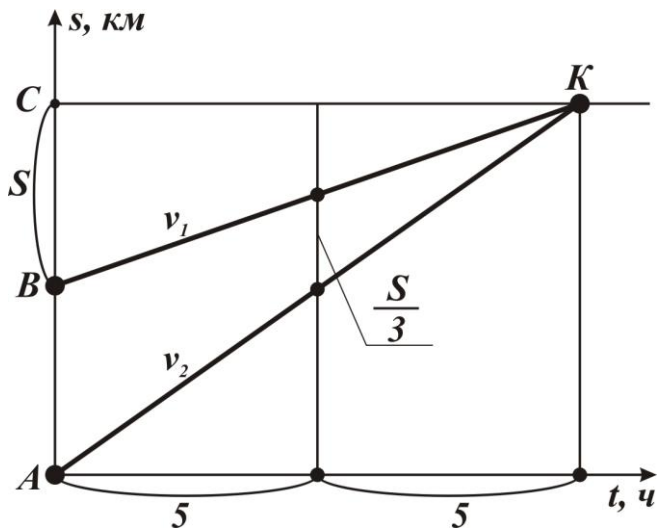
Построим графики движений машин АК и ВК в прямоугольной системе координат и рассмотрим треугольник АВК.

В треугольнике АВК средняя линия равна  $\frac{s}{3}$ , значит,  $AB = \frac{2}{3}s$ ,

тогда  $AC = s + \frac{2}{3}s = \frac{5}{3}s$ . Итак,

$$\frac{s}{v_1} = \frac{\frac{5}{3}s}{v_2}, \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{5}{3}.$$

**Ответ : 5:3.**



**Задача .**Двум швеям был поручен заказ; после того как первая швея проработала 6 дней, а вторая 10 дней, оказалось, что они выполнили половину всей работы. Проработав совместно еще 6 дней, они установили, что им осталось выполнить еще 1/10 часть заказа. За сколько дней каждая из них, работая отдельно, выполнит весь заказ ?

При работе аппаратов по отдельности .

	Количество работы за 1день	Время , дней	Работа, часть
1-ая швея	$\frac{1}{x}$	x	1
2-ая швея	$\frac{1}{y}$	y	1

При совместной работе аппаратов

	Количество работы за 1день	Время , дней	Работа, часть
1-ая швея	$\frac{1}{x}$	6	$\frac{6}{x}$
2-ая швея	$\frac{1}{y}$	10	$\frac{10}{y}$

$$\frac{6}{x} + \frac{10}{y} = 0,5 \quad (\text{они выполняют половину работы})$$

При совместной работе аппаратов

	Количество работы за 1 день	Время , дней	Работа, часть
1-ая швея	$\frac{1}{x}$	6	$\frac{6}{x}$
2-ая швея	$\frac{1}{y}$	6	$\frac{6}{y}$

$$\frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 0,4 \quad (\text{осталось выполнить } 1/10 \text{ часть работы , значит выполнено } 9/10$$

работы, то при совместной работе во второй раз было выполнено  $0,9 - 0,5 = 0,4$  работы)

Решим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{10}{y} = 0,5 \\ \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 0,4 \end{cases} \quad \text{пусть } \frac{1}{x} = u \quad \frac{1}{y} = v \quad \begin{cases} 6u + 10v = 0,5 \cdot (-1) \\ 6u + 6v = 0,4 \end{cases} \quad \begin{cases} -6u - 10v = -0,5 \\ 6u + 6v = 0,4 \\ -4v = -0,1 \end{cases}$$

$$6u + 10 \cdot 0,025 = 0,5 \quad u = \frac{1}{24} \quad v = 0,025$$

$$6u = 0,25$$

$$u = 0,25 : 6$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{24}$$

$x = 24$  ( дней ) – 1-ая швея закончит работу , работая отдельно.

$$\frac{1}{y} = 0,025$$

$y = 40$  ( дней ) – 2-ая швея закончит работу , работая отдельно.

**Ответ:** 24 дня и 40 дней.

- **Задача.** В прошлом театральном сезоне абонемент стоил 8000 рублей. В новом сезоне стоимость абонемента увеличили, в результате чего, Число проданных абонементов уменьшилось на 25%, а выручка от их продажи уменьшилась на 2,5%. На сколько рублей увеличили стоимость абонемента?

**Решение:**

	цена , руб.	количество штук	сумма , руб.
до подорожания.	8000	x	8000x
после подорожания	8000 + y	(100%-25%)x	(100%-2,5%) 8000x
после подорожания	8000 + y	(100%-25%)x	(8000+y) 100%-25%)x

Сумму выразили двумя способами и их приравняли.

(100%-2,5%)8000x рублей – выручка от продажи после подорожания  
 (8000+y) (100%-25%)x рублей - выручка от продажи после подорожания  
 (суммы после подорожания по условиям задачи равны )

$$(100\%-2,5\%)*8000x = (8000+y) * (100\%-25\%)x \quad \text{сокращаем на } x \text{ и получаем}$$

$$97,5\%*8000 = (8000+y) * 75\%$$

$$7800 = (8000 + y) * 0,75$$

$$8000 + y = 10400$$

y = 2400 (рублей) – на столько увеличилась стоимость абонемента.

**Ответ:** 2400 рублей.

**Задача.** В куске сплава меди и цинка количество меди увеличили на 40% а количество цинка уменьшили на 40%. В результате общая масса куска сплава увеличилась на 20%. Определить процентное содержание меди и цинка в первоначальном куске сплава.

**Решение:** Пусть 1-ый сплав имеет массу  $m_1$ , тогда меди будет x гр. и цинка ( $m_1 - x$ ) гр.

Пусть 2-ой сплав имеет массу  $(100\%+20\%)m_1$ , тогда меди будет  $(100\%+40\%)x$  гр. и цинка будет  $(100\% - 40\%) (m_1 - x)$  гр.

$$(100\%+20\%)m_1 = (100\%+40\%)x + (100\% - 40\%) (m_1 - x)$$

$$1,2m_1 = 1,4x + 0,6(m_1 - x)$$

$$1,2m_1 - 0,6m_1 = 1,4x - 0,6x$$

$$0,6m_1 = 0,8x$$

$$x / m_1 = 0,6 / 0,8$$

$x / m_1 = 0,75$  или 75% меди в первоначальном куске сплава. Отсюда цинка будет 25% .

**Ответ:** 75% меди и 25% цинка.

**Задача.** Каждый слушатель на курсах изучает один из языков — английский, немецкий или французский. Отношение числа слушателей, изучающих английский, к числу слушателей, изучающих немецкий, равно  $3 : 2$ , а изучающих немецкий к числу изучающих французский равно  $8:5$ . Сколько процентов слушателей изучает наименее популярный на курсах язык?

**Решение:**

язык изучения	количество , чел.	количество, чел.
английский	$3k$	
немецкий	$2k$	$8m$
французский		$5m$

Из таблицы следует  $2k = 8m$  или  $k = 4m$

язык изучения	количество , чел.	количество, чел.
английский	$3k$	$12m$
немецкий	$2k$	$8m$
французский		$5m$

Найдем количество % , слушающих английский язык  $12m/25m=0,48 = 48\%$

немецкий язык  $8m/25m = 0,32 = 32\%$

французский язык  $5m / 25m = 0,2 = 20\%$

**Ответ:** 20%.

**Задача.** Для откачивания воды из резервуара имеется четыре насоса. Если включить первый, второй и третий насосы, то работа будет выполнена за 10 мин; если включить первый, третий и четвертый насосы, то та же работа будет выполнена за 12 мин. Если же будут работать только два насоса, второй и четвертый, то работа будет выполнена за 15 мин. За какое время можно откачать воду из резервуара при помощи всех четырех насосов?

**Решение:**

При работе насосов по отдельности :

	Количество работы за 1 мин.	Время , мин.	Работа, часть
1-ый насос	$\frac{1}{x}$	$x$	1
2-ой насос	$\frac{1}{y}$	$y$	1
3-ий насос	$\frac{1}{z}$	$z$	1
4-ый насос	$\frac{1}{t}$	$t$	1

При работе по условиям задачи :

	Количество работы за 1 мин.	Время , мин.	Работа, часть
1-ый насос	$\frac{1}{x}$	10	$\frac{10}{x}$
2-ой насос	$\frac{1}{y}$	10	$\frac{10}{y}$
3-ий насос	$\frac{1}{z}$	10	$\frac{10}{z}$
4-ый насос	$\frac{1}{t}$	не работает	не работает

$$\frac{10}{x} + \frac{10}{y} + \frac{10}{z} = 1$$

	Количество работы за 1 мин.	Время , мин.	Работа, часть
1-ый насос	$\frac{1}{x}$	12	$\frac{12}{x}$
2-ой насос	$\frac{1}{y}$	не работает	не работает
3-ий насос	$\frac{1}{z}$	12	$\frac{12}{z}$
4-ый насос	$\frac{1}{t}$	12	$\frac{12}{t}$

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{z} + \frac{12}{t} = 1$$

	Количество работы за 1 мин.	Время , мин.	Работа, часть
1-ый насос	$\frac{1}{x}$	не работает	не работает
2-ой насос	$\frac{1}{y}$	15	$\frac{15}{y}$
3-ий насос	$\frac{1}{z}$	не работает	не работает
4-ый насос	$\frac{1}{t}$	15	$\frac{15}{t}$

$$\frac{15}{y} + \frac{15}{t} = 1$$



Решим систему уравнений из трех уравнений.

$$\begin{cases} \frac{10}{x} + \frac{10}{y} + \frac{10}{z} = 1 \\ \frac{12}{x} + \frac{12}{z} + \frac{12}{t} = 1 \\ \frac{15}{y} + \frac{15}{t} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{t} = \frac{1}{15} \end{cases}$$

Сложим все три уравнения, получаем

$$\frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z} + \frac{2}{t} = \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t}\right) \cdot 8 = 1 \quad \text{Отсюда все 4 насоса откачают воду за 8 минут.}$$

**Ответ:** 8 минут.

**Задача** Дорога длиной 10 км от туристического лагеря до поселка идет сначала под гору, а затем в гору. Турист на спуске идет со скоростью, на 3 км/ч большей, чем на подъеме. Путь от лагеря до поселка занимает у него 2 ч 40 мин, а обратный путь занимает 2 ч 20 мин. Определите длину спуска на пути к поселку и скорости туриста на подъеме и на спуске.

**Решение:**

Рассмотрим движение туриста от лагеря до поселка

	скорость , км/час	время , час	путь , км
под гору	$x + 3$	$\frac{y}{x + 3}$	$y$
в гору	$x$	$\frac{10 - y}{x}$	$10 - y$

$$2 \text{ часа } 40 \text{ минут} = 2\frac{2}{3} \text{ часа} = \frac{8}{3} \text{ часа}$$

$$\frac{y}{x + 3} + \frac{10 - y}{x} = \frac{8}{3}$$

Рассмотрим движение туриста от поселка до лагеря

	скорость , км/час	время , час	путь , км
под гору	$x + 3$	$\frac{10 - y}{x + 3}$	$10 - y$
в гору	$x$	$\frac{y}{x}$	$y$

$$2 \text{ часа } 20 \text{ минут} = 2\frac{1}{3} \text{ часа} = \frac{7}{3} \text{ часа}$$

$$\frac{10 - y}{x + 3} + \frac{y}{x} = \frac{7}{3}$$

Получаем систему 2 уравнений

$$\begin{cases} \frac{y}{x + 3} + \frac{10 - y}{x} = \frac{8}{3} \\ \frac{10 - y}{x + 3} + \frac{y}{x} = \frac{7}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{y}{x + 3} + \frac{10}{x} - \frac{y}{x} = \frac{8}{3} \\ \frac{10}{x + 3} - \frac{y}{x + 3} + \frac{y}{x} = \frac{7}{3} \end{cases}$$

Сложим 2 этих уравнения и получаем

$$\frac{10}{x + 3} + \frac{10}{x} = 5 \quad | \cdot x(x + 3) \neq 0$$

$$10x + 10(x + 3) = 5x(x + 3)$$

Получаем квадратное уравнение  $5x^2 - 5x - 30 = 0$

Сокращаем на 5  $x^2 - x - 6 = 0$

Отсюда по теореме Виета имеем  $x_1 + x_2 = 1$   
 $x_1 \cdot x_2 = -6 \dots \dots \dots x_1 = 3 \dots x_2 = -2$

Так как скорость положительна, то скорость в гору равна 3 км/час.

Скорость под гору равна  $3 + 3 = 6$  (км/час).

Чтобы найти длину спуска по пути в поселок, надо найти  $y$ .

Рассмотрим уравнение  $\frac{10 - y}{x + 3} + \frac{y}{x} = \frac{7}{3}$

Подставляем значение  $x = 3$

$$\frac{10 - y}{3 + 3} + \frac{y}{3} = \frac{7}{3} \quad \text{Умножаем обе части на 6}$$

$$10 - y + 2y + 14$$

$$y = 4 \text{ ( км )} - \text{длина спуска по пути в поселок.}$$

**Ответ:** 3 км/час, 6 км/час, 4 км.

**Задача:** Две черепахи выползают навстречу друг другу из своих нор. Если бы первая ползла на 40 м/ч быстрее, они бы встретились на полпути, если бы вторая ползла на 50 м/ч быстрее, она бы проползла в два раза большее расстояние до встречи, чем первая. Найдите скорости черепахи.

Рассмотрим первый случай.

	скорость , м/час	время , час	путь , м
1-ая черепаха	$x + 40$	$t$	$t ( x + 40)$
2-ая черепаха	$y$	$t$	$t y$

Черепахи встретятся на середине , значит  $t ( x + 40) = t y$   
 $y = x + 40$

Рассмотрим второй случай

	скорость , м/час	время , час	путь , м
1-ая черепаха	$x$	$z$	$z x$
2-ая черепаха	$y + 50$	$z$	$z ( y + 50)$

2-ая черепаха проползет до встречи в 2 раза больше , чем 1-ая черепаха.

$$2 * z x = z ( y + 50)$$

$$2 x = y + 50$$

Получаем систему двух уравнений.

$$\begin{cases} y = x + 40 \\ 2x = y + 50 \end{cases} \quad 2x = x + 40 + 50 \quad x = 90 \text{ (м/час) – скорость 1-ой черепахи}$$

$y = 90 + 40 = 130$  ( м/час) – скорость 2-ой черепахи.

**Ответ:** 90 м/час , 130 м/час .

- **Задача.** Антон, Борис и Виктор собрали деньги на покупку ракеток для настольного тенниса. Если бы Антон внес на 20% меньше, то для покупки ракеток не хватило бы 10% их стоимости. Если бы Виктор внес на 20% меньше, то не хватило бы 8% стоимости ракеток. Сколько процентов всей суммы внес каждый из мальчиков?

**Решение:**

Пусть Антон внес  $x$  руб., Борис  $y$  руб., Виктор  $z$  руб., а стоимость ракетки  $t$  руб.

Получаем 1-ое уравнение  $x + y + z = t$

Рассмотрим 1-ый случай

$$(100\% - 20\%)x + y + z = (100\% - 10\%) t$$

Рассмотрим 2-ой случай

$$x + y + (100\% - 20\%) z = (100\% - 8\%) t$$

Получаем систему уравнений из трех уравнений с 4-мя

$$\text{неизвестными} \begin{cases} x + y + z = t \Rightarrow x + y = z - t \dots\dots u \dots\dots y + z = t - x \\ 0,8x + y + z = 0,9t \\ x + y + 0,8z = 0,92t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,8x + t - x = 0,9t \\ z - t + 0,8z = 0,92t \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0,5t \\ z = 0,4t \end{cases}$$

Подставляем в 1-ое уравнение и выразим  $y$  через  $t$ .

$$x + y + z = t$$

$$0,5 t + y + 0,4 t = t$$

$$y = 0,1 t = 10\% t - 10\% \text{ внес Борис.}$$

$$x = 0,5 t = 50\% t - 50\% \text{ внес Антон}$$

$$z = 0,4 t = 40\% t - 40\% \text{ внес Виктор}$$

**Ответ:** 10%, 50%, 40% .

**Задача** Из двух городов , расстояние между которыми 34 км вышли одновременно навстречу друг другу два туриста . Один из них проходит за 1 час на 1,5 км больше , чем другой .

Через  $4\frac{1}{4}$  часа они встретились . Найдите скорость каждого туриста .

**Решение :**

Пусть  $x$  км/ч - скорость 2 го туриста

$x + 1,5$  км/ч - скорость 1го туриста

$$4\frac{1}{4} \text{ часа} = 4,25 \text{ часа}$$

	$v, \text{ км/час}$	$t, \text{ час}$	$s, \text{ км}$
<i>1ый турист</i>	$x + 1,5$	4,25	$4,25(x + 1,5)$
<i>2ой турист</i>	$x$	4,25	$4,25x$

всего  
34 км

$$4,25x + 4,25(x + 1,5) = 34$$

$$4,25x + 4,25x + 6,375 = 34$$

$$8,5x = 34 - 6,375$$

$$8,5x = 27,625$$

$$x = 27,625 : 8,5$$

$$x = 3,25 \text{ ( км/ч )} - \text{ скорость 2го туриста}$$

$$3,25 + 1,5 = 4,75 \text{ ( км/ч )} - \text{ скорость 1го туриста}$$

**Ответ :** 3,25 км/ч и 4,75 км/ч

**Задача** .(Движение по течению и против течения).

От пристани А до пристани В моторная лодка по течению реки проходит за 6 часов, а возвращается за 10 часов. За сколько часов пройдет расстояние от А до В плот?

**Решение:**  $y$  км/час – собственная скорость лодки

$x$  км/час – скорость течения и плота

	v, км/час	t, час	s, км
по течению	$y + x$	6	$6(y + x)$
против течения	$y - x$	10	$10(y - x)$
плот	$x$		

равны

Получаем 1-ое уравнение  $6(y + x) = 10(y - x)$

$$16x = 4y$$

$$y = 4x$$

Тогда путь будет равен  $6(y + x) = 6(4x + x) = 30x$  (км)

Определим время движения плота  $30x / x = 30$  (часов).

	v, км/час	t, час	s, км
по течению	$y + x$	6	$6(y + x)$
против течения	$y - x$	10	$10(y - x)$
плот	$x$	30	$30x$

**Ответ :** 30 часов.

- **Задача** .Если двузначное число разделить на произведение его цифр, то в частном получится 3, а в остатке 9. Если из квадрата суммы цифр этого числа вычесть произведение его , то получится данное число. Найдите это число.

**Введение в смысл задачи.**

Всякое двузначное число можно представить в виде :  $\overline{xy} = x \cdot 10 + y$

**Пример:**  $23 = 2 \cdot 10 + 3$

Если при делении числа **a** на число **b** получится неполное частное **q** и остаток **r** , то делимое **a = b\*q + r**.

**Пример:**  $23 : 4 = 5(\text{ост.}3) ; 23 = 4 \cdot 5 + 3$

**Решение:** Пусть это число представлено в виде  $\overline{xy} = x \cdot 10 + y$

Запишем 1-ое условие :

$$\overline{xy} \div (x \cdot y) = 3(\text{ост.}9) \Rightarrow \overline{xy} = 3xy + 9 \Rightarrow x \cdot 10 + y = 3xy + 9$$

**Получили 1-ое уравнение**  $10x + y = 3xy + 9$

Запишем 2-ое условие :  $(x + y)^2 - x \cdot y = \overline{xy} \Rightarrow (x + y)^2 - x \cdot y = x \cdot 10 + y$

**Получили 2-ое уравнение**  $(x + y)^2 - x \cdot y = 10x + y$

Решим систему из 2-х уравнений.

$$\begin{cases} 10x + y = 3xy + 9 \\ (x + y)^2 - x \cdot y = 10x + y \Rightarrow (x + y)^2 - xy = 3xy + 9 \end{cases}$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 9$$

$$(x - y)^2 = 9$$

$$x - y = -3 \dots \text{или} \dots x - y = 3$$

$$x - y = -3$$

$x = y - 3$  подставляем в 1-ое уравнение.

$$10(y - 3) + y = 3(y - 3)y + 9$$

Отсюда следует квадратное уравнение  $3y^2 - 20y + 39 = 0$ , которое не имеет корней.

$$x - y = 3$$

$x = 3 + y$  подставляем в 1-ое уравнение.

$$10(3 + y) + y = 3(3 + y)y + 9$$

Отсюда следует квадратное уравнение  $3y^2 - 2y - 21 = 0$ , которое имеет

$$2 \text{ корня : } y_1 = -2\frac{2}{3} \text{ (не имеет смысла по условию задачи)} \quad y_2 = 3$$

Отсюда  $y = 3$   $x = 3 + 3 = 6$ . Следовательно - это число 63

**Ответ:** 63 .

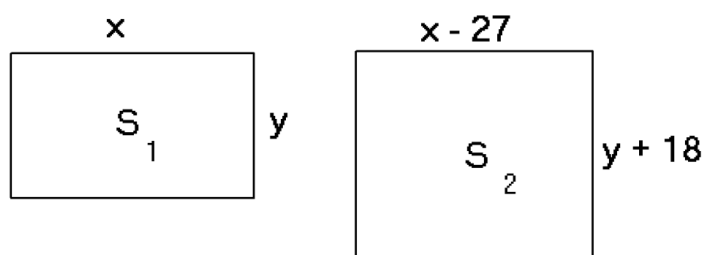
- **Задача:** Для школьной площадки выделен прямоугольный участок земли. Длина ограды вокруг площадки окажется меньше, если участок при той же площади будет иметь квадратную форму. Для этого надо одну сторону участка увеличить на 18 м, а другую уменьшить на 27 м. Какова сторона квадратного участка?

**Решение:**  $x$  м – длина прямоугольника,  $y$  м – ширина прямоугольника, тогда

$$S_1 = x \cdot y \dots \text{кв.м}$$

$y + 18 = x - 27$  м – сторона квадрата, тогда его площадь равна

$$S_2 = (y + 18)^2 \dots \text{кв.м}, \text{ из равенства следует } y = x - 45$$



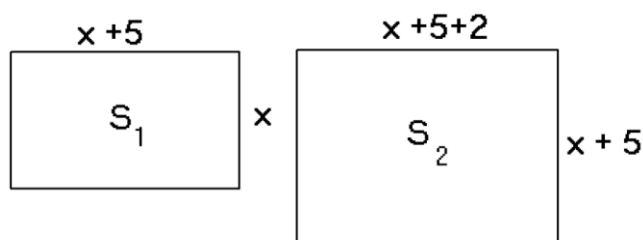
$$S_1 = S_2$$

$$x \cdot y = (y + 18)^2 \Rightarrow x(x - 45) = (x - 45 + 18)^2 \Rightarrow x^2 - 45x = x^2 - 54x + 729 \Rightarrow x = 81(\text{м})$$

$81 - 27 = 54$  ( м ) - сторона квадрата .

**Ответ:** 54 м .

- **Задача:** Длина детской площадки прямоугольной формы на 5 м больше ее ширины. Длину площадки увеличили на 2 м, а ширину — на 5 м, при этом ее площадь увеличилась на 280 м<sup>2</sup>. Найдите площадь новой детской площадки.

**Решение:**

$$S_2 - S_1 = 280 \text{ (кв. м)}$$

$$(x + 5 + 2) * (x + 5) - (x + 5) * x = 280$$

$$x^2 + 12x + 35 - x^2 - 5x = 280$$

$$7x = 245$$

$$x = 35 \text{ (м)} - \text{ширина площадки.}$$

Тогда  $35 + 5 + 2 = 42$  (м) – длина новой площадки,

$35 + 5 = 40$  (м) – ширина новой площадки.

Отсюда его площадь равна  $42 * 40 = 1680$  (кв.м)

**Ответ:** 1680 кв.м.

**Задача:** В бассейн проведены две трубы разного сечения. Одна – равномерно подающая, а другая – равномерно отводящая воду, причём через первую трубу бассейн наполняется полностью на 2 часа дольше, чем через вторую опорожняется. При заполненном на  $\frac{1}{3}$  бассейне были открыты обе трубы, и бассейн оказался пустым спустя 8 часов. За сколько часов, действуя отдельно, первая труба наполняет, а вторая труба опорожняет бассейн?(8ч и 6ч)

**Решение:**

При работе по отдельности

	Количество работы за 1 час	Время , час	Работа, часть
Труба наполняющая	$\frac{1}{x+2}$	$x+2$	1
труба отводящая	$\frac{1}{x}$	$x$	1

При совместной работе

	Количество работы за 1 час	Время , час	Работа, часть
Труба наполняющая	$\frac{1}{x+2}$	8	$\frac{8}{x+2}$
Труба отводящая	$\frac{1}{x}$	8	$\frac{8}{x}$

$$\frac{8}{x} - \frac{8}{x+2} = \frac{1}{3}, \text{ минус, потому что опорожняется бассейн.}$$

$$\frac{8 \cdot 3(x+2) - 8 \cdot 3x - x(x+2)}{3x(x+2)} = 0 \quad \text{ОДЗ } x(x+2) \neq 0$$

$$-x^2 - 2x + 48 = 0$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0 \quad \text{по теореме Виета имеем}$$

$$x_1 + x_2 = -2$$

$$x_1 \cdot x_2 = -48 \dots \dots \dots x_1 = 6 \dots x_2 = -8$$

Отсюда  $x = 6$  (час) – время, за которое опорожняется бассейн.

$6 + 2 = 8$  (час) – время, за которое наполняется бассейн.

**Ответ:** 8 часов и 6 часов.

- **Задача:** Николай рассчитал, что он сможет хорошо подготовиться к экзамену, если будет решать по 12 задач в день. Однако ежедневно он перевыполнял свою норму на 8 задач и уже за 5 дней до экзамена решил на 20 задач больше, чем планировал первоначально. Сколько задач решил Николай?

Решение:  $x$  задач – количество дней для подготовки к экзамену.

	количество задач за 1 день	количество дней	всего задач
по плану	12	$x$	$12x$
на самом деле	20	$x - 5$	$20(x - 5)$

По условию :  $20(x - 5) - 12x = 20$ , отсюда  $x = 45$  (дней) - время подготовки к экзаменам по плану.

$12 \cdot 45 = 540$  (задач) – Николай должен был решить.

**Ответ:** 540 задач.

**Запомни:**

**Арифметическая прогрессия**

$$a_n = a_1 + d(n - 1),$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}, \quad S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n.$$

**Геометрическая прогрессия**

$$b_n = b_1 q^{n - 1},$$

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}, \quad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad (q \neq 1).$$

**Задача.** Пятый член арифметической прогрессии равен 8,4 а ее десятый член равен 14,4. Найдите пятнадцатый член этой прогрессии.

**Решение:** Применим формулу :  $a_n = a_1 + d(n - 1)$

$$a_5 = a_1 + d(5 - 1)$$

$$a_{10} = a_1 + d(10 - 1)$$

$$8,4 = a_1 + 4d$$

$$14,4 = a_1 + 9d$$



Получаем систему двух уравнений:

$$\begin{cases} a_1 + 4d = 8,4 \\ a_1 + 9d = 14,4 \end{cases} \quad \text{Из 2-го уравнения вычтем 1-ое.}$$

Получаем  $6 = 5d$                        $d = 1,2$

Подставляем в любое из этих уравнений:  $14,4 = a_1 + 9 \cdot 1,2$        $a_1 = 3,8$

$$a_n = a_1 + d(n-1) \quad a_{15} = 3,8 + 1,2 \cdot (15-1) = 20,6$$

**Ответ:** 20,6.

**Задача:** Между числами 12 и 26 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными числами они образовали! арифметическую прогрессию.

**Решение:**

Пусть  $a_1 = 12$  ;  $a_2$  ;  $a_3$  ;  $a_4$  ;  $a_5 = 26$

По формуле  $a_n = a_1 + d(n-1)$  определяем  $a_5 = a_1 + d(5-1)$

$$26 = 12 + 4d$$

$$d = 3,5$$

$$a_2 = a_1 + d = 12 + 3,5 = 15,5$$

Отсюда  $a_3 = a_1 + 2d = 12 + 2 \cdot 3,5 = 19$

$$a_4 = a_1 + 3d = 12 + 3 \cdot 3,5 = 22,5$$

**Ответ:** 15,5 ; 19 ; 22,5

**Задача:** Какое наименьшее число последовательных нечетных чисел, начиная с 1, нужно сложить, чтобы получившаяся сумма оказалась больше 500?

**Решение:** Рассмотрим последовательность 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; .....

Отсюда  $a_1 = 1; a_2 = 3; \Rightarrow d = 2$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n \Rightarrow S_n \geq 500 \Rightarrow \frac{2 \cdot 1 + 2(n-1)}{2} \cdot n \geq 500 \Rightarrow n^2 \geq 500 \Rightarrow n \geq \sqrt{500} \Rightarrow n \geq 22,3...$$

так как  $n$  – целое число, то  $n = 23$

**Ответ:** 23.

**Задача:** Сумма третьего и девятого членов арифметической прогрессии равна 16. Найдите сумму первых одиннадцати членов прогрессии.

**Решение:**  $a_n = a_1 + d(n-1)$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$a_3 + a_9 = 16$$

$$S_{11} = \frac{2a_1 + d(11-1)}{2} \cdot 11$$

$$a_1 + 2d + a_1 + 8d = 16$$

$$S_{11} = \frac{2a_1 + 10d}{2} \cdot 11$$

$$2a_1 + 10d = 16$$

$$S_{11} = \frac{2(a_1 + 5d)}{2} \cdot 11$$

$$a_1 + 5d = 8$$

$$S_{11} = 8 \cdot 11 = 88$$

**Ответ:** 88.

**Задача:** Найдите сумму членов арифметической прогрессии с тридцатого по сороковой включительно, если  $a_n = 3n + 5$ .

**Решение:** Чтобы найти сумму членов арифметической прогрессии с тридцатого по сороковой включительно  $S = S_{40} - S_{29}$

Воспользуемся формулой  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$  и  $a_n = 3n + 5$ .

$$a_1 = 3 \cdot 1 + 5 = 8 \quad a_{29} = 3 \cdot 29 + 5 = 92 \quad a_{40} = 3 \cdot 40 + 5 = 125$$

$$S = S_{40} - S_{29} = \frac{8 + 125}{2} \cdot 40 - \frac{8 + 92}{2} \cdot 29 = 1210$$

**Ответ:** 1210

**Задача:** Найдите сумму первых шести членов геометрической прогрессии, если ее пятый член равен  $\frac{3}{4}$ , знаменатель равен  $-\frac{1}{2}$ .

**Решение:**  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$b_5 = b_1 \cdot q^{5-1}$$

$$-\frac{3}{64} = \frac{b_1((-2)^6 - 1)}{(-2) - 1}$$

$$\frac{3}{4} = b_1 \cdot (-2)^4$$

$$S_6 = \frac{b_1(q^6 - 1)}{q - 1}$$

**Ответ:**  $-\frac{63}{64}$

$$b_1 = -\frac{3}{64}$$

$$S_6 = -\frac{63}{64}$$

**Задача:** В геометрической прогрессии  $b_8 = 2^{-12}$  и  $b_{10} = 2^{-14}$ . Найдите  $b_1$ .

**Решение:**  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$$b_8 = b_1 \cdot q^{8-1} \quad b_{10} = b_1 \cdot q^{10-1}$$

$$2^{-12} = b_1 \cdot q^7 \quad 2^{-14} = b_1 \cdot q^9$$

Получили 2 уравнения, решая систему из этих уравнений, находим  $b_1$  и  $q$ .

$$\begin{cases} b_1 \cdot q^7 = 2^{-12} \Rightarrow b_1 = \frac{2^{-12}}{q^7} \\ b_1 \cdot q^9 = 2^{-14} \end{cases} \quad \begin{aligned} \frac{2^{-12}}{q^7} \cdot q^9 &= 2^{-14} \\ q^2 &= \frac{1}{4} = 0,25 \\ q_1 &= -\sqrt{0,25} \dots q_2 = \sqrt{0,25} \\ q_1 &= -0,5 \dots q_2 = 0,5 \end{aligned}$$

Пусть  $q = -0,5$ , тогда  $b_1 = \frac{2^{-12}}{q^7} = \frac{2^{-12}}{(-0,5)^7} = -2^{-5}$

Пусть  $q = 0,5$ , тогда  $b_1 = \frac{2^{-12}}{q^7} = \frac{2^{-12}}{(0,5)^7} = 2^{-5}$

**Ответ:**  $b_1 = -2^{-5} \dots \dots \dots$  или  $\dots \dots \dots b_1 = 2^{-5}$

**Задача:** Сумма первого и пятого членов геометрической прогрессии равна 51, а сумма второго и шестого членов равна 102. Сколько членов этой прогрессии, начиная с первого, нужно сложить, чтобы их сумма была равна 3069?

$$b_1 + b_5 = 51$$

**Решение:**  $b_2 + b_6 = 102$        $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$   
 $S_n = 3069$

$$\left\{ \begin{array}{l} b_1 + b_1 \cdot q^4 = 51 \Rightarrow b_1(1 + q^4) = 51 \Rightarrow 1 + q^4 = \frac{51}{b_1} \\ b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^5 = 102 \Rightarrow b_1 \cdot q(1 + q^4) = 102 \Rightarrow 1 + q^4 = \frac{102}{b_1 \cdot q} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{51}{b_1} = \frac{102}{b_1 \cdot q} \Rightarrow q = 2$$

Отсюда  $b_1 = \frac{51}{1 + q^4} = \frac{51}{1 + 2^4} = 3$

Сумма n членов равна  $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$

$$3069 = \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1} \Rightarrow 2^n - 1 = 1023 \Rightarrow 2^n = 1024 \Rightarrow n = 10$$

**Ответ:** 10.

**Задача:** Сумма трех чисел, составляющих возрастающую арифметическую прогрессию, равна 63. Если к первому числу прибавить 10, ко второму числу прибавить 3, а третье оставить без изменения, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

$$a_1 + a_2 + a_3 = 63$$

**Решение:**  $b_1 = a_1 + 10 \dots \dots \dots b_2 = a_2 + 3 \dots \dots \dots b_3 = a_3$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_1 + 2d \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 63 \Rightarrow 3a_1 + 3d = 63 \Rightarrow a_1 + d = 21 \rightarrow 1 - oe \dots yp - ue$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_2 = b_1 \cdot q = (a_1 + 10) \cdot q$$

$$b_2 = a_2 + 3 = a_1 + d + 3 \Rightarrow (a_1 + 10) \cdot q = a_1 + d + 3 \rightarrow 2 - oe \dots yp - ue$$

$$b_3 = a_3 = a_1 + 2d$$

$$b_3 = b_2 \cdot q = (a_2 + 3) \cdot q = (a_1 + d + 3) \cdot q \Rightarrow a_1 + 2d = (a_1 + d + 3) \cdot q \rightarrow 3 - \text{е...ур - ие}$$

Получаем систему трех уравнений с тремя неизвестными

$$\begin{cases} a_1 + d = 21 \Rightarrow a_1 = 21 - d \\ (a_1 + 10) \cdot q = a_1 + d + 3 \\ a_1 + 2d = (a_1 + d + 3) \cdot q \end{cases} \begin{cases} (21 - d + 10) \cdot q = 21 - d + d + 3 \\ 21 - d + 2d = (21 - d + d + 3) \cdot q \end{cases}$$

$$\begin{cases} (31 - d) \cdot q = 24 \Rightarrow q = \frac{24}{31 - d} \\ 21 + d = 24q \Rightarrow q = \frac{21 + d}{24} \end{cases} \rightarrow \frac{24}{31 - d} = \frac{21 + d}{24}$$

Решая квадратное уравнение получаем  $d = 15$  и  $d = -5$ , так как арифметическая прогрессия возрастающая, то принимаем  $d = 15$ .

$$a_1 = 21 - 15 = 6 \quad a_2 = 6 + 15 = 21 \quad a_3 = 21 + 15 = 36$$

**Ответ:** 6 ; 21 ; 36 .

Замечание:

**Задача** - задачи на проценты или задачи на прогрессии

**Задача** - задачи на производительность труда

**Задача** - задачи на движение

- **Задача** – другие типы задач.

Через математические знания, полученные в школе, лежит широкая дорога к огромным областям труда и открытий .  
А.И. Маркушевич

## Введение

**Текстовой задачей называется задача, в которой при определённых условиях надо найти неизвестную величину.** Её обычно отождествляют с задачей на составление уравнений и неравенств с наложением области допустимых значений (ОДЗ) переменных, удовлетворяющей явным условиям задачи (описанным в тексте) и по смыслу. Но это не совсем правильно.

**Решить текстовую задачу алгебраически означает:**

**1. ввести удобную переменную и решить уравнение или неравенство (систему уравнений или неравенств), составленное по явным условиям, описанным в задаче;**

**2. выбрать из всех найденных решений те, которые подходят по смыслу задачи.**

**Все текстовые задачи по методике решения можно подразделить на основные виды:**

➤ **текстовые задачи группы *vts* (задачи на движение, на производительность, на цену – количество – стоимость, на перевозку груза и заполнение ёмкостей);**

➤ **процентосодержащие текстовые задачи и задачи на доли (задачи на проценты и доли, задачи с экономическим содержанием);**

➤ **текстовые задачи на прогрессии (применение формул арифметической и геометрической прогрессий и свойств этих последовательностей);**

➤ **текстовые задачи на целые числа (использование кратности чисел и запись чисел через сумму поразрядных произведений и через неполное частное и остаток);**

➤ **текстовые задачи на оптимизацию (решение задач с помощью неравенств и элементов математического анализа).**

**Какова методика алгебраического способа решения текстовых задач (с помощью уравнений и неравенств)?**

**Стандартная схема состоит из следующих основных моментов:**

**Арифметическая краткая запись условий задачи.**

**Цель: осмысление задачи.**

**Форма записи: схематический чертёж или таблица всех**

**известных и неизвестных данных задачи.**

**Важно помнить:**

• **этот этап может отсутствовать, если решение задачи элементарно или она не особо усложнена условиями;**

- на этом этапе решения задачи происходит понимание или осмысление её текста. Намного облегчает этот процесс умение правильно «увязать» все известные и неизвестные величины в таблицу данных задачи или составить чертёж; неизвестные величины удобно обозначать знаком «?», а «главный вопрос» задачи для того, чтобы потом на последних этапах не запутаться и правильно найти «Ответ», так как в некоторых задачах, содержащих неявный вопрос искомую величину приходится довычислять;
- все единицы измерения перевести в единые;
- значительно облегчает решение и делает задачу более понятной введение обозначений, общепринятых в физике, химии, геометрии, алгебре, экономике и так далее. Действуя таким образом учитель осуществляет межпредметную связь наук, изучаемых в школе и делает условия задачи более понятными;

Например:

$V, t, s$  (l) - скорость, время, расстояние (длина пути или отрезка);

$\rho, V, m$  - плотность вещества, объём тела, масса тела;

$W, t, V$  – производительность, время работы, объём работы;

$a, b, P, S$  – две стороны прямоугольника, его периметр, его площадь;

$A_0, p, n, A_n$  - первоначальная величина, процент её увеличения, количество увеличений, конечная величина после увеличения  $A_0$  на  $p$  процентов  $n$  раз;

$M_A, C_A, M$  – масса вещества  $A$  в растворе или в смеси, концентрация вещества  $A$  в растворе или смеси (доля), масса раствора или смеси;

$mn = 10m + n$  – запись двузначного числа, где  $m, n$  – цифры;

- схематический чертёж оказывает большую помощь в задачах «на движение». Он позволяет увидеть динамику движения, а также учесть все характерные ситуации – встречи, остановки, повороты и тому подобное.

### **Важно помнить:**

- обычно этот этап в оформлении задачи начинается словами **«По условию задачи ...»**(выписать условия из текста задачи), **значит, ...**(запись уравнения или неравенства).»;
- необходимо учитывать ОДЗ переменной (переменных) помня условия существования уравнения или неравенства (системы уравнений или неравенств);
- для составления уравнения или неравенства (системы уравнений или неравенств) из текста задачи выбираем условие (условия), которое позволяет увязать известные и неизвестные данные задачи в формулы:

$S=vt$ - вычисление длины пути, пройденного телом;

$m=\rho V$  - вычисление массы тела;

$V=Wt$ - вычисление объёма работы;

$S=ab$  –вычисление площади прямоугольника;

$M_A=C_A M$ - вычисление массы вещества  $A$  в смеси или растворе;

$A_n=A_0(1+p)^n$  – вычисление сложных процентов; или в нестандартное равенство (неравенство);

- если неизвестных следует брать столько, сколько потребуется, то уравнений будет столько, сколько получится; в простейших ситуациях мы получаем уравнение (неравенство) с одной переменной или систему уравнений (неравенств), в которой число уравнений (неравенств) совпадает с числом неизвестных. Но, если число уравнений (неравенств) оказалось меньше числа неизвестных и при этом использованы все условия задачи, то надо попытаться выразить то, что нужно найти, через введенные неизвестные. В корректной задаче, если все условия использованы, то нужное неизвестное или нужная комбинация неизвестных обязательно найдётся.

### **Анализ решения уравнения или неравенства (системы уравнений или неравенств).**

**Цель:** из всех найденных решений уравнений или неравенств (систем уравнений или неравенств) выбрать те, которые подходят по смыслу задачи и, по мере необходимости, довычислить искомую величину.

#### **Важно помнить:**

- обычно этот этап в оформлении задачи начинается фразой **«По смыслу задачи  $x$  должна быть величиной... ( натуральной, положительной, целой, принадлежащей промежутку и так далее),** (проверка на выполнение условий задачи по смыслу найденного значения переменной)  $\Rightarrow$  ( значение  $x$  ) – **постороннее решение** ( если смысловое условие не выполнено) или (значение  $x$ ) – ( записать пояснение к найденной величине, если смысловое условие выполнено).»;
- таким образом, не каждое решение уравнения может являться решением задачи; особенности отбора значений переменных в различных типовых задачах будут рассмотрены ниже;
- для всякой текстовой задачи полезно провести проверку её решения, причём проверять нужно соответствие полученного ответа условию задачи, а не составленным уравнениям.

#### **Ответ.**

**Цель:** записать правильный ответ, удовлетворяющий всем описанным условиям задачи и отвечающий на её «главный вопрос».

## Задачи для самостоятельного решения

### На движение:

1. Из пункта А в пункт В и из В в А одновременно вышли два пешехода. Когда первый прошёл половину пути, второму до конца пути осталось пройти 24 км, а когда второй прошёл половину пути, первому до конца пути осталось пройти 15 км. Сколько км останется пройти второму пешеходу после того, как первый закончит переход? (8км)
2. Теплоход от А к В по течению реки идёт 3 дня. Путешественник из А в В спустился на плоту, а обратно добрался на теплоходе. Скорость плота строго меньше половины скорости теплохода в стоячей воде. Вся дорога заняла у путешественника 18 дней. Сколько времени занял бы тот же путь, если бы скорость течения была в два раза больше? (18 суток)
3. Автомобиль вышел из А в В со скоростью 63 км/ч. Через некоторое время после выезда его скорость уменьшилась на 9 км/ч. За первые 3 часа он проехал на 55 км меньше, чем за последние 4 часа, а на весь путь затратил 5 часов. Найти расстояние АВ.(307км)
4. Из пункта А в пункт В выехал велосипедист, который сначала двигался равноускоренно с ускорением  $4 \text{ км/ч}^2$ , а после того, как его скорость возросла, продолжал двигаться равномерно с той же скоростью. Расстояние АВ составляет 32 км. На первую половину пути велосипедист затратил в полтора раза больше времени, чем на вторую. Найти скорость велосипедиста. (8км)
5. Пароход идёт из Киева в Днепропетровск в течение двух суток, а обратно – в течение трёх суток. Сколько времени будет плыть плот из Киева в Днепропетровск? (12 суток)
6. Из двух городов навстречу друг другу вышли одновременно два курьера. После встречи один был в пути 16 часов, а другой – 9 часов. Сколько времени был в пути каждый? (21ч и 28ч) (Решите графически.)
7. Почтовая связь между двумя пристанями М и К на реке осуществляется двумя катерами. В установленное время катера отплывают от своих пристаней, встречаются, обмениваются почтой и возвращаются обратно. Если катера проделывают это одновременно, то катер, выходящий из М, тратит на путь в оба конца 3 часа, а катер из К – 1,5 часа. Скорости обоих катеров относительно воды одинаковы. Определите, на сколько позже должен отплыть катер из М, чтобы оба катера находились в пути одно и то же время.(45мин) (Решите графически.)
8. Из пункта А в пункт В одновременно отправились два велосипедиста, причём скорость первого на 6 км/ч больше скорости второго. Через час из В в А отправился третий велосипедист со скоростью 20 км/ч, встретивший второго через час после встречи с первым. Найдите скорость первого велосипедиста, если известно, что второй прибыл в В на 6ч позже первого.(16км/ч) (Решите графически.)
9. Из пункта А в пункт В выехала машина. Через 2ч из А в В выехала другая машина, через некоторое время расстояние между ними составило



шестую часть расстояния АВ. Проехав ещё 4 ч, обе машины одновременно прибыли в В. Найдите время движения от А до В для первой и второй машины. (8ч и 6ч) (Решите графически.)

10. Пешеход, велосипедист и мотоциклист движутся по шоссе в одном направлении с постоянными скоростями. В тот момент, когда велосипедист и мотоциклист находились в одной точке, пешеход был на расстоянии 10 км впереди них. В тот момент, когда мотоциклист догнал пешехода, велосипедист отставал от них на 5 км. На сколько км мотоциклист будет обгонять пешехода в тот момент, когда пешехода настигнет велосипедист? (10 км) (Решите графически.)

11. Из пункта А кольцевого шоссе одновременно в одном направлении выехали автомобиль и мотоцикл, каждый с постоянной скоростью. Автомобиль без остановок дважды проехал по всему шоссе в одном направлении. В тот момент, когда автомобиль догнал мотоциклиста, мотоциклист повернул обратно, увеличив скорость на 16 км/ч, и через 22,5 минуты после разворота одновременно с автомобилем прибыл в пункт А. Найдите длину пути мотоциклиста, если она на  $2\frac{1}{4}$  км короче всего шоссе.

12. Водитель проехал первые 30% пути со скоростью, на 20% меньшей запланированной. Определите количество процентов, на которые он должен увеличить свою фактическую скорость на оставшемся участке пути, чтобы в итоге весь путь был пройден на 5% быстрее, чем планировалось.

13. Из города А в город В выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость велосипедиста на 10 км/ч меньше скорости мотоциклиста, поэтому он затратил на весь путь на 6 часов больше. С какой скоростью ехал мотоциклист, если расстояние между городами 120 км?

14. Теплоход прошёл расстояние от А до В по течению реки за 7 часов, а от В до А – за 14 часов. За какое время проплывёт от А до В плот?

15. Катер прошёл по течению реки расстояние от пункта А до пункта В за 3 часа, а от В до А – за 5 часов. За сколько часов проплывёт от А до В плот?

15. Катер прошёл 78 км по течению реки и 44 км против течения реки за то же время, что он проходит 120 км в стоячей воде. Скорость течения реки 2 км/ч. Найдите собственную скорость катера при условии, что она больше 15 км/ч.

16. Проехав за час половину пути, машинист увеличил скорость электропоезда на 20 км/ч и прошёл вторую половину пути за 45 минут. С какой скоростью шёл электропоезд первую половину пути?

17. Три пункта – А, В, С – расположены на одной прямой, причём пункт В расположен между А и С. Из пунктов А и В по направлению к С одновременно выехали две машины. Через 5 часов расстояние между ними составило треть расстояния ВС, а ещё через 5 часов они одновременно прибыли в С. Найдите отношение скоростей автомобилей. (5:3) (Решите графически.)

18. Турист проплыл на байдарке 25 км по озеру и 9 км против течения реки за столько же времени, за сколько он проплыл бы по течению той же реки 56 км. Найдите скорость байдарки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

19. Расстояние между двумя городами  $A$  и  $B$  равно 420 км. Пройдя  $\frac{4}{7}$  всего расстояния поезд был задержан в пути на 15 минут. Затем машинист увеличил скорость на 10 км/ч и прибыл в город  $B$  без опоздания. Сколько времени потратил поезд на весь путь?

20. Катер должен проплыть 87,5 км за определенное время. Однако через 3 часа пути он был остановлен на промежуточном причале на 20 минут, и чтобы прийти вовремя в место назначения, он увеличил скорость на 2 км/ч. Определить первоначальную скорость катера.

21. Два пешехода выходят одновременно из пунктов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в  $B$  через 27, а второй в  $A$  через 12 минут. За какое время прошел путь  $AB$  каждый пешеход?

22. Два поезда одновременно отправились навстречу друг другу из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 180 км. Через два часа они встретились, и не останавливаясь продолжали ехать с той же скоростью. Второй поезд прибыл в пункт  $A$  на 54 минуты раньше, чем первый поезд в пункт  $B$ . Вычислите скорость каждого поезда.

23. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов  $A$  и  $B$ . Через 3 часа 45 минут они встретились, и не останавливаясь, продолжали идти с той же скоростью. За какое время проходит все расстояние каждый из них, если первый пешеход пришел в пункт  $B$  на 4 часа позже, чем второй пришел в пункт  $A$ ?

24. Поезд вышел со станции  $A$  по направлению к станций  $B$ . Пройдя 420 км, что составляло 60% всего пути  $AB$ , поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 10 км/ч привел его на станцию  $B$  без опоздания. Найдите начальную скорость поезда.

25. Из города  $A$  в город  $B$ , расстояние между которыми равно 300 км, выехал автобус. Через 20 мин навстречу ему из  $B$  в  $A$  выехал автомобиль и через 2 ч после выезда встретил автобус. С какой скоростью ехал автомобиль, если известно, что она была на 20 км/ч больше скорости автобуса?

26. Моторная лодка отправилась по реке от одной пристани до другой и через 2,5 ч вернулась обратно, затратив на стоянку 15 мин. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость лодки равна 18 км/ч, а расстояние между пристанями 20 км.

27. Два пешехода должны выйти навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 20 км. Если первый выйдет на полчаса раньше второго, то он встретит второго пешехода через 2,5 ч после своего выхода. Если второй выйдет на 1 ч раньше первого, то он встретит первого пешехода через 2 ч 40 мин после своего выхода. Какова скорость каждого пешехода?

28. Путь от пансионата до почты, который идет сначала в гору, а потом под гору, пешеход прошел за 1 ч 40 мин, а обратный путь за 2 ч 20 мин. В гору он шел со скоростью 3 км/ч, а под гору — 6 км/ч. Найдите расстояние от пансионата до почты.
29. На тренировке по картингу один карт проходил круг на 10 с медленнее другого и через минуту отстал от него ровно на круг. За сколько секунд каждый карт проходил круг?
30. Один пешеход проходит в минуту на 5 м меньше другого, поэтому на прохождение одного километра ему требуется на 50 с больше. Сколько километров в час проходит каждый пешеход?
31. Из пункта А в пункт Б выехал автобус. Через 2 ч вслед за ним выехал трейлер, скорость которого на 50% больше скорости автобуса. Еще через час из А в Б выехал легковой автомобиль, скорость которого на 20% больше скорости трейлера. Автобус и трейлер прибыли в Б одновременно. На сколько минут позже прибыл в Б легковой автомобиль?
32. Плот проплывает путь из А в В за 6 ч, а моторная лодка — путь из В в А за 2 ч. За какое время моторная лодка преодолет такое же расстояние в стоячей воде?
33. Расстояние между пристанями А и В по реке равно 36 км. Из А в В отплыл плот, а из В в А спустя 8 часов отошла лодка. В пункты назначения они прибыли одновременно. Какова скорость плота, если собственная скорость лодки 12 км в час?
34. Велосипедист каждую минуту проезжает на 800 м меньше, чем мотоциклист, поэтому на путь в 30 км он затратил времени на 2 ч больше, чем мотоциклист. Сколько километров в час проезжал -мотоциклист?
35. На 60 км пути велосипедист тратит на 4 ч больше, чем мотоциклист. Если же он увеличит скорость на 3 км/ч, то на тот же путь потратит в 4 раза больше времени, чем мотоциклист. Найдите скорость велосипедиста.
36. Из пункта А вниз по реке отправился, плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Через 2 ч они встретились. Прибыв в пункт А, катер сразу же отправился обратно. Сможет ли плот прибыть в пункт В раньше катера, если скорость течения равна 3 км/ч, а расстояние АВ равно 16 км?

### **Задачи на производительность труда :**

1. Двум операторам поручили набрать на компьютере текст книги объемом 315 страниц. Один оператор, отдав второму 171 страницу книги, взял остальные страницы себе. Первый выполнил свою работу за 12 дней, а второй свою – за 19. Сколько страниц книги должен был сразу взять себе первый оператор (отдав остальные второму), чтобы они, работая с прежней производительностью, выполнили свою работу за одинаковое число дней?
2. Двум сотрудникам издательства поручили отредактировать рукопись объемом 540 страниц. Один сотрудник, отдав второму 160 страниц рукописи, взял остальные страницы себе. Первый выполнил свою работу за 19 дней, а второй свою – за 10. На сколько процентов нужно было увеличить часть

работы второго сотрудника (уменьшив часть работы первого), чтобы они, работая с прежней производительностью, выполнили свою работу за одинаковое число дней?

3. Для наполнения плавательного бассейна водой имеются три насоса. Первому насосу для наполнения бассейна требуется времени в три раза меньше, чем второму, и на 2 часа больше, чем третьему. Три насоса, работая вместе, наполнили бы бассейн за три часа, но по условиям эксплуатации одновременно должны работать только два насоса. Определите минимальную стоимость (в рублях) наполнения бассейна, если 1 час работы любого из насосов стоит 140 рублей. (Производительность каждого насоса постоянна в течение всей работы.)

4. Для наполнения плавательного бассейна водой имеются три насоса. Первому насосу для наполнения бассейна требуется времени вдвое меньше, чем второму, и на 7 часов больше, чем третьему. Три насоса, работая вместе, наполнили бы бассейн за 4 часа, но по условиям эксплуатации одновременно должны работать только два насоса. Определите минимальное время (в минутах) наполнения бассейна. (Производительность каждого насоса постоянна в течение всей работы.)

5. По мановению волшебной палочки Незнайка получил ящик мороженого, в котором находилось 240 порций эскимо. Незнайка честно поделил мороженое пополам с Пестреньким. Сильно испачкавшись, Пестренький съел всё своё мороженое за 23 минуты, опередив Незнайку на 16 минут. На сколько процентов должен был бы увеличить долю друга Незнайка (соответственно уменьшив свою), чтобы они справились с мороженым за одно и то же время? то же время?

6. Двум переводчикам поручили перевести книгу объёмом 99 страниц на другой язык. Один переводчик взял себе 60 страниц книги, отдав остальные страницы второму. Первый выполнил свою работу за 24 дня, а второй свою – за 13. Сколько процентов от своей части работы первый переводчик должен был дополнительно передать второму, чтобы они работая с прежней производительностью, выполнили свою работу за одинаковое число дней?

7. На выполнение некоторой работы первый токарь затратит на 5 дней больше, чем второй токарь, и на 9 дней больше, чем третий токарь. Первый и второй токари вместе выполняют эту работу за то же время, что и третий токарь, работая один. За сколько дней выполнит эту работу первый токарь?

8. Двое рабочих, работая вместе, могут изготовить за 1 час 100 деталей. Первый рабочий, работая отдельно, изготавливает 120 деталей на 1 час дольше, чем те же 120 деталей изготовит второй рабочий. За сколько часов второй рабочий может изготовить 300 деталей?

9. Лошадь съедает копну сена за  $m$  часов, корова – за  $n$  часов, коза – за  $k$  часов. За какое время будет съедена копна, если за неё одновременно примутся лошадь, корова и коза?  $[mnk/(nk+km+mn)]$

10. Двое рабочих тратят на выполнение некоторой работы 25 часов, причём первую половину работы выполняет первый рабочий, а затем вторую половину работы выполняет второй рабочий. Если они будут работать

вместе, то затратят на эту работу 12 часов. За сколько часов каждый из них в отдельности может выполнить всю работу?(20 часов и 30 часов)

11 В бригаде землекопов каждый ежедневно работает по равному числу часов. Известно, что производительность труда одинакова у всех рабочих бригады, и при этом бригада может вырыть канаву для укладки кабеля за 6 дней. Однако ещё до начала работы выяснилось, что рабочий день сокращается на 1 час, а состав бригады уменьшается на 5 человек. В таком случае канаву может быть вырыта за 9 дней. В действительности эту канаву рыли 12 дней, так как рабочий день был сокращён не на 1 час, а на 2 часа, и два человека не вышли на работу по болезни. Сколько рабочих было в бригаде первоначально, и сколько часов в день они работали?(21 рабочий и 8 часов)

12. Две бригады, работая вместе закончили ремонт участка пути за 6 дней. Одной бригаде для выполнения 40% всей работы потребовалось бы времени на 2 дня больше, чем одной второй бригаде для выполнения  $13\frac{1}{3}\%$  всей работы. Определить, за сколько дней могла бы отремонтировать каждая бригада отдельно весь участок? (10 дней и 15 дней)

13. Мастеру и его ученику было поручено изготовить партию одинаковых деталей. После того, как мастер проработал 7 часов, а ученик – 4 часа, оказалось, что они выполнили  $\frac{5}{9}$  всей работы. Проработав совместно ещё 4 часа, они установили, что остаётся выполнить ещё  $\frac{1}{18}$  всей работы. За какой промежуток времени выполнил бы всю работу ученик, работая один?(24 часа)

14. Пять человек выполняют некоторую работу. Первый, второй и третий, работая вместе, могут выполнить работу за 7,5 часов; первый, третий и пятый вместе – за 5 часов; первый, третий и четвёртый – за 6 часов; второй, четвёртый и пятый вместе – за 4 часа. За какой промежуток времени выполнят эту работу все 5 человек, работая вместе?(3 часа)

15. Два фермера, работая вместе, могут вспахать поле за 25 часов. Производительности труда первого и второго фермеров относятся как 2:5. Фермеры планируют работать поочередно. Сколько времени должен проработать второй фермер, чтобы это поле было вспахано за 45,5 часа?

16. Токарь и его ученик, работая одновременно, обычно выполняют задание за 5 часов. При этом производительность труда токаря в 3 раза выше производительности ученика. Получив такое же задание и работая по очереди, они справились с заданием за 8 часов работы. Какую часть задания выполнил ученик токаря?

17. Отец с сыном взялись копать огород. Производительность труда у отца в полтора раза больше, чем у сына. Работая вместе, они могут вскопать весь огород за 2 часа. Однако вместе они проработали только полчаса, потом некоторое время работал только один сын, а заканчивал работу уже один отец. Сколько часов в общей сложности проработал на огороде отец, если вся работа на огороде была выполнена за 3,5 часа?

18. Два плотника, работая вместе, могут выполнить задание за 36 часов. Производительности труда первого и второго плотников относятся как 3:4. Плотники договорились работать поочередно. Какую часть этого задания должен был выполнить второй плотник, чтобы всё задание было выполнено за 69,3 часа?

19. Два сборщика, работая вместе, могут выполнить задание за 6 часов. Производительности труда первого и второго сборщиков относятся как 3:4 соответственно. Сборщики договорились работать поочередно. Какую часть этого задания должен выполнить второй сборщик, чтобы всё задание было выполнено за 11,9 часа?

20. Два одинаковых бассейна одновременно начали наполняться водой. В первый бассейн поступает за час на  $30\text{м}^3$  больше воды, чем во второй. В некоторый момент времени в двух бассейнах вместе оказалось столько воды, сколько составляет объём каждого из них. После этого через 2 часа 40 минут наполнился первый бассейн, а ещё через 3 часа 20 минут - второй. Сколько воды поступало в час в каждый из бассейнов? ( $60\text{м}^3$  и  $90\text{м}^3$ )

21. Машинистка начала перепечатывать рукопись книги, через 4 ч к ней присоединилась вторая машинистка. Проработав 8 ч, они закончили перепечатку всей рукописи. За сколько часов каждая машинистка может перепечатать всю рукопись, если первой на это требуется на 8 ч больше, чем второй?

22. Из трех труб, открытых одновременно, бассейн наполняется за 3 ч 45 мин. Одна первая труба наполняет бассейн в 2,6 раза быстрее, чем вторая труба, а та наполняет бассейн на 3 ч медленнее, чем третья. За сколько часов наполняет бассейн третья труба?

### **Задачи на сплавы, смеси, растворы:**

1. В двух одинаковых сосудах объёмом 30л каждый содержится всего 30л кислоты. Первый сосуд доверху долили водой и полученной смесью долили второй сосуд. Затем из второго отлили 12л в первый сосуд. Сколько кислоты первоначально было во втором сосуде, если во втором сосуде после переливания оказалось на 2л кислоты меньше, чем в первом?(10л)

2. В сосуд с чистой водой налили 6л 64%-ного (по объёму) раствора спирта, а затем после полного перемешивания вылили равное количество получившегося раствора (6л). Сколько воды было первоначально в сосуде, если после троекратного повторения этой операции в сосуде получился 37% - ный раствор спирта?(18л)

3. Два куска сплава меди с серебром, имеющие массы 5кг и 10кг с разным процентным содержанием серебра, распилили на две части каждый и получили два новых куска сплава с равным процентным содержанием серебра и массами 3кг и 12кг. На какие части (по весу) распилен первый кусок?(1кг и 4кг)

4. Имеются два слитка, представляющие собой сплавы цинка с медью. Масса первого слитка 2кг, масса второго – 3кг. Эти два слитка сплавляли с 5кг сплава цинка с медью, в котором цинка оказалось 45%, и получили сплав

цинка с медью, содержащий 50% цинка. Если бы процентное содержание цинка в первом сплаве было равно процентному содержанию цинка во втором сплаве, а во втором – такое же, как в первом, то сплавив эти два слитка с 5кг сплава, в котором содержится 60% цинка, получили бы сплав, в котором цинка содержится 55%. Найдите процентное содержание цинка в первом и втором сплаве.(40% и 60%)

5. Имеются два сплава цинка, меди и олова. Первый сплав содержит 25% цинка, второй – 50% меди. Процентное содержание олова в первом сплаве в два раза больше, чем во втором. Сплавляли 200кг первого и 300кг второго сплавов и получили сплав, где 28% олова. Сколько кг меди в этом новом сплаве?(220 кг)

6. Из сосуда, первоначально содержащего 17л чистого спирта, отлили определённое количество содержимого и столько же долили воды. Когда эту операцию проделали ещё три раза, отливая и доливая то же количество жидкости, спирта в сосуде осталось 5л. Какое количество жидкости отливали каждый раз?

7. Из сосуда, наполненного 96% раствором кислоты, отлили 2,5л и долили 2,5л 80%-ного раствора той же кислоты, затем ещё раз отлили 2,5л и долили 2,5л 80%-ного раствора. После этого в сосуде получился 89%-й раствор кислоты. Определите вместимость сосуда.(10 л)

8. На сколько % увеличится дробь, если её числитель увеличить на 50%, а знаменатель уменьшить на 50%.(200%)

9. Цену на товар сначала повысили на 20%, а затем понизили на 20%. На сколько % уменьшилась первоначальная цена?(4%)

10. Свежие грибы содержат 80% влаги, сушеные 20%. Сколько сушёных грибов получится из 20 кг свежих?(5 кг)

11. В фермерском хозяйстве количество коров в хозяйстве возросло на 25%, а поголовье свиней уменьшилось на 15%, при этом общее количество животных возросло на 10%. Сколько процентов от общего числа животных составляли первоначально свиньи?(37,5%)

12. В трёх литрах воды размешали 5 чайных ложек минерального удобрения, а в десяти литрах – две. Оба раствора слили в один бак и получили раствор удобрения нужной концентрации. Сколько чайных ложек удобрения нужно размешать в 65 литрах воды для получения раствора удобрения такой же концентрации?(35 ложек)

13. Имеется 600г сплава золота с серебром, содержащего золото и серебро в отношении один к пяти соответственно. Сколько граммов золота необходимо добавить к этому сплаву, чтобы новый сплав содержал 50% серебра?(10 граммов)

14. Бронза – сплав меди и олова. В древности из бронзы отливали колокола, если в ней содержится 75% меди. К куску бронзы, массой 500кг и содержащей 72% меди, добавили некоторое количество бронзы, содержащей 80% меди, и получили бронзу, необходимую для изготовления колокола. Определите, сколько килограммов 80%-ной бронзы было добавлено.(300кг)

15. К 120% раствора, содержащего 80% соли, добавили 480г раствора, содержащего 20% той же соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?(32%)
16. Влажность сухой цементной смеси на складе составляет 18%. Во время перевозки из-за дождей влажность смеси повысилась на 2%. Найдите массу привезённой смеси, если со склада было отправлено 400 кг.
17. Из сосуда, доверху наполненного 88%-м раствором кислоты, отлили 2,5 литра жидкости и долили 2,5 литра 60%-го раствора этой же кислоты. После этого в сосуде получился 80%-й раствор кислоты. Найдите вместимость сосуда в литрах.
18. После проведения санитарной обработки на базе отдыха количество мух уменьшилось на 40%, а количество комаров – на 20%. Найдите, сколько процентов от общего числа насекомых составляли до санитарной обработки комары.
19. Свежие грибы содержат 98% воды, а сухие – 12%. Сколько надо собрать свежих грибов, чтобы получить 7 кг сухих?
20. Водитель проехал первые 36% пути со скоростью, на 20% меньшей запланированной. Определите количество процентов, на которые он должен увеличить свою фактическую скорость на оставшемся участке пути, чтобы в итоге путь был пройден на 5% быстрее, чем планировалось.
21. Набор химических реактивов состоит из трёх веществ. Массы первого, второго и третьего веществ в этом наборе относятся как 5:7:10. Массу первого вещества увеличили на 3%, а второго – на 5%. На сколько процентов надо уменьшить массу третьего вещества, чтобы масса всего набора не изменилась?
22. Набор химических реактивов состоит из трёх веществ. Массы первого, второго и третьего веществ в этом наборе относятся как 5:8:12. Массу первого вещества увеличили на 8%, а второго – на 4%. На сколько процентов надо уменьшить массу третьего вещества, чтобы масса всего набора не изменилась?
23. Подарочный набор состоит из трёх сортов конфет. Массы конфет первого, второго и третьего сорта в этом наборе относятся как 1:2:8. Массу конфет первого сорта увеличили на 20%, а второго – на 6%. На сколько процентов надо уменьшить массу конфет третьего сорта, чтобы масса всего набора не изменилась?
24. Подарочный набор состоит из трёх сортов конфет. Массы конфет первого, второго и третьего сорта в этом наборе относятся как 3:8:17. Массу конфет первого сорта увеличили на 10%, а второго – на 9%. На сколько процентов надо уменьшить массу конфет третьего сорта, чтобы масса всего набора не изменилась?
25. Подарочный набор состоит из трёх сортов конфет. Массы конфет первого, второго и третьего сорта в этом наборе относятся как 2:7:15. Массу конфет первого сорта увеличили на 13%, а второго – на 7%. На сколько процентов



надо уменьшить массу конфет третьего сорта, чтобы масса всего набора не изменилась?

26. Если смешать 8 кг и 2 кг растворов серной кислоты разной концентрации, то получим 12-ти процентный раствор кислоты. При смешивании двух одинаковых масс тех же растворов получим 15-ти процентный раствор. Определите первоначальную концентрацию каждого раствора.

### **Процентосодержащие задачи и задачи на доли :**

1. При покупке ребёнку новых лыж с ботинками родителям пришлось заплатить на 25% больше, чем два года назад, причём лыжи подорожали с тех пор на 15%, а ботинки – на 40%. Во сколько раз два года назад лыжи были дороже ботинок? Сколько процентов составляла стоимость ботинок от стоимости комплекта в момент покупки?(в 1,5 раза; 40%)

2. Банк выплачивает по вкладу «Пенсионный» 20% годовых, а по вкладу «Молодёжный» 15% годовых. По истечении каждого года проценты капитализируются, т.е. начисленная сумма присоединяется к вкладу. На данные виды вкладов были одновременно открыты два счёта по 20000 рублей каждый. На вкладе «Молодёжный» счёт не пополнялся и с него не снимали деньги, а на вкладе «Пенсионный» вкладчик после одного года хранения добавил к имеющейся на счету сумме 625 рублей. Найдите общую сумму на двух счетах после двух лет хранения.

3. Ежемесячный доход семьи складывается из зарплаты отца и зарплаты матери. Зарплату отца увеличили на 35%, а зарплату матери – на 5%, в результате чего семейный доход увеличился на 30%. Во сколько раз зарплата отца до повышения была больше зарплаты матери?

4. В магазине костюм, состоящий из пиджака и брюк, стоит на 20% дороже, чем такой же костюм на рынке, причём брюки стоят на 35% дороже, чем на рынке, а пиджак – на 10%. Сколько процентов стоимости этого костюма на рынке составляет стоимость брюк?

5. В разгар летнего сезона ягоды дешевеют на 30% по сравнению с началом сезона, а сахар дорожает на 20%, в результате чего приготовление варенья из ягод по определённому рецепту обходится на 10% дешевле. Сколько процентов от стоимости варенья (приготавливаемого по тому же рецепту) составляет стоимость ягод в начале сезона?

6. После двух повышений зарплата увеличилась в 1,43 раза. При этом число процентов, на которое повысилась зарплата во второй раз, было в 3 раза больше, чем в первый раз. На сколько процентов повысилась зарплата во второй раз?

7. Банк выплачивает по вкладу «Пенсионный» 10% годовых, а по вкладу «Молодёжный» 20% годовых. По истечении каждого года проценты капитализируются, т.е. начисленная сумма присоединяется к вкладу. На данные виды вкладов были одновременно открыты два счёта. Счёт на вклад «Пенсионный» был открыт на сумму 30000 рублей, он не пополнялся и с него не снимали деньги.

На вкладе «Молодёжный» после одного года хранения вкладчик снял со счёта 3000 рублей. После двух лет хранения общая сумма на двух счетах составила 90300 рублей. На какую сумму был открыт счёт на вкладе «Молодёжный»?

8. В букинистическом магазине антикварное собрание сочинений стоимостью 3500 рублей уценивали дважды на одно и то же число процентов. Найти это число, если известно, что после двойного снижения цен собрание сочинений стоит 2835 рублей.(10%)

9. Вклад помещён в банк. Через три года вклад составил 43000 рублей, а ещё через два года – 62208 рублей. Сколько рублей было положено первоначально?(25000 рублей)

10. Букинистический магазин продал книгу со скидкой в 10% по сравнению с первоначальной ценой и получил при этом 8% прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально предполагал получить магазин?(20%)

11. Известно, что вклад, находящийся в банке с начала года, возрастает к концу года на определённый процент(свой для каждого банка). В начале года  $\frac{1}{4}$  некоторой суммы денег положили в первый банк, а оставшуюся – во второй

банк. К концу года сумма этих вкладов стала равной 4,7млн. рублей, к концу следующего года – 5,28млн. рублей. Было подсчитано, что если бы первоначально  $\frac{1}{4}$  исходной суммы денег положили во второй банк, а

оставшуюся часть в первый банк, то по истечении одного года сумма вкладов в эти банки стала бы равной 4,5млн. рублей. Какой процент начисляет первый банк?(20%)

12. В банк помещён вклад в размере 3900 рублей под 50% годовых. В конце каждого из первых четырёх лет хранения после начисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счёт одну и ту же фиксированную сумму. В конце пятого года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725%. Какую сумму вкладчик ежегодно добавлял к вкладу?(210 рублей)

13. После двух повышений на одно и то же число процентов цена товара возросла с 3000 рублей до 4320 рублей. На сколько процентов увеличивалась цена товара при каждом повышении?(20%)

14. Владелец дискотеки имел стабильный доход. В погоне за увеличением прибыли он повысил цену на билет на 25%. Количество посетителей резко уменьшилось, и он стал нести убытки. Тогда он вернулся к первоначальной цене билетов. На сколько процентов владелец дискотеки снизил новую цену билетов, чтобы она стала равна первоначальной?(20%)

15. Если положить на вклад «Накопительный» некоторую сумму денег, то ежегодно она будет увеличиваться на одно и то же число процентов от имеющейся на вкладе суммы. Вкладчик положил на этот вклад 30000 рублей и три года подряд не пополнял свой вклад и не снимал с него деньги. За три года вложенная им сумма денег увеличилась на 9930 рублей.

На сколько процентов ежегодно увеличивается сумма денег, положенная на вклад «Накопительный»? (10%)

16. Если положить на вклад «Молодёжный» некоторую сумму денег, то ежегодно она увеличивается на 15% от имеющейся на вкладе суммы. Вкладчик положил на этот вклад деньги и два года не пополнял свой вклад и не снимал с него. Сколько рублей положил вкладчик, если через два года на его счёте стало 15870 рублей? (12000 рублей)

17. Торговая база закупила партию альбомов и поставила её магазину по оптовой цене, которая на 30% больше закупочной. Магазин установил розничную цену на альбом на 20% выше оптовой. При распродаже в конце сезона магазин снизил розничную цену на альбом на 10%. На сколько рублей больше заплатил покупатель по сравнению с закупочной ценой, если на распродаже он приобрёл альбом за 70,2 рубля? (20,2 рублей)

### Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии:

1. В арифметической прогрессии  $a_5 = -150$ ,  $a_6 = -147$ . Найдите номер первого положительного члена этой прогрессии.

2. Укажите наиболее близкий к нулю член арифметической прогрессии 22,7; 21,4; ...

3. Найдите сумму всех отрицательных членов арифметической прогрессии -7,1; -6,3; ...

4. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой  $a_6 = 14$ ,  $a_{10} = 20$  и  $a_{16} = 28$ ?

5. Последовательность  $(a_n)$  — арифметическая прогрессия. Известно, что  $a_6 + a_9 = 40$ . Найдите  $a_3 + a_7 + a_{11}$ .

6. Какое наибольшее число последовательных нечетных чисел, начиная с 1, можно сложить, чтобы получившаяся сумма осталась меньше 300?

7. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 3 и не превосходящих 150.

8. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые не делятся на 6.

9. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые при делении на 5 дают в остатке 3.

9. Найдите сумму членов арифметической прогрессии с тридцатого по сороковой включительно, если  $a_n = 3n + 5$ .

10. Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии равна 27,5, сумма следующих пяти ее членов равна 90. Найдите сумму членов этой прогрессии с 11-го по 15-й включительно.

11. Найдите сумму первых десяти членов арифметической прогрессии, если сумма первых трех ее членов равна нулю, а сумма первых четырех членов равна 1.

12. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой  $b_2 = -6$ ,  $b_5 = 48$  и  $b_7 = 192$ ?

13. Между числами 2 и 18 вставьте три числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

14. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 45, а сумма второго и третьего членов равна 30. Найдите эти три члена прогрессии.

15. В геометрической прогрессии  $(b_n)$ , знаменатель которой — число положительное,  $b_1 \cdot b_2 = 27$ , а  $b_3 \cdot b_4 = \frac{1}{3}$ . Найдите эти четыре члена прогрессии.

16. Найдите сумму первых восьми членов геометрической прогрессии, второй член которой равен 6, а четвертый равен 24.

17. Три числа образуют убывающую арифметическую прогрессию, а их квадраты составляют геометрическую прогрессию. Найдите эти числа, если их сумма равна 36.

18. Разность четвертого и первого членов геометрической прогрессии равна 52, а разность пятого и второго членов равна 156. Сколько членов этой прогрессии, начиная с первого, нужно сложить, чтобы их сумма была равна 242?

19. Сумма трех чисел, составляющих убывающую арифметическую прогрессию, равна 60. Если от первого числа отнять 10, от второго отнять 8, а третье оставить без изменения, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

20. Найдите сумму первых шести членов геометрической прогрессии, третий член которой равен 54, а пятый равен 6.

21. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них увеличить в 1,5 раза, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

22. Третий член арифметической прогрессии — 6, а сумма второго и пятого членов равна — 9. Известно, что один из членов прогрессии равен 15. Найдите его номер.

23. Три числа, сумма которых равна 78, образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Их можно рассматривать как первый, третий и девятый члены арифметической прогрессии. Найдите наибольший из этих чисел.

### **Задачи на разные типы:**

1. Семья Ивановых ежемесячно вносит плату за коммунальные услуги, телефон и электричество. Если бы коммунальные услуги подорожали на 50%, то общая сумма платежа увеличилась бы на 35%. Если бы электричество подорожало на 50%, то общая сумма платежа увеличилась бы на 10%. Какой процент от общей суммы платежа приходится на коммунальные услуги, телефон и электричество?

2. Рабочий день двух мастеров Иванова и Петрова оплачивается по-разному. Оба мастера проработали одинаковое количество дней.

Если бы Иванов работал на один день меньше, а Петров — на 5 дней меньше, то Иванов заработал бы 7200 р., а Петров — 8000 р. Если бы, наоборот, Иванов работал на 5 дней меньше, а Петров — на один день меньше, то Петров заработал бы на 3600 р. больше, чем Иванов. Сколько заработал каждый мастер в действительности?

3. Лист жести имеет форму прямоугольника, длина которого на 20 см больше ширины. По углам этого листа вырезали квадраты со стороной 5 см и сделали коробку. Объем коробки равен  $1500 \text{ см}^3$ . Найдите размеры листа жести.

4. На пост губернатора области претендовало три кандидата: Гаврилов, Дмитриев, Егоров. Во время выборов за Дмитриева было отдано в 3 раза меньше голосов, чем за Гаврилова, а за Егорова — в 9 раз больше, чем за Гаврилова и Дмитриева вместе. Сколько % процентов избирателей проголосовало за победителя?
5. Каждый учащийся спортивной школы занимается одним из видов борьбы — самбо, дзюдо или карате. Отношение числа самбистов к числу дзюдоистов равно  $11 : 6$ , а числа дзюдоистов к числу каратистов равно  $3 : 4$ . Сколько процентов учащихся занимается наиболее популярным в этой школе видом борьбы?
6. Рабочий должен был обработать 80 деталей к определенному сроку. Он обрабатывал на 2 детали час больше, чем планировал, и уже за 1 ч до срока обработал на 4 детали больше. Сколько деталей в час обрабатывал рабочий?
7. Два сотрудника типографии вместе набрали на компьютере 65 страниц, причем первый работал на 1 ч больше, чем второй. Однако второй набирает в час на 2 страницы больше, чем первый, и поэтому он набрал на 5 страниц больше. Сколько страниц в час набирает каждый сотрудник?
8. В прошлом году на два самых популярных факультета университета было подано 1100 заявлений. В текущем году число заявлений на первый из этих факультетов уменьшилось на 20%, а на второй увеличилось на 30%, причем всего было подано 1130 заявлений. Сколько заявлений было подано на каждый из этих факультетов в текущем году?
9. Для сада выделен прямоугольный участок земли. Длина изгороди вокруг сада окажется меньше, если участок при той же площади будет иметь квадратную форму. Для этого надо одну сторону участка увеличить на 48 м, а другую уменьшить на 60 м. Какова сторона квадратного участка?
10. Под строительную площадку отвели участок прямоугольной формы, длина которого на 25 м больше ширины. При утверждении плана застройки длину участка увеличили на 5 м, а ширину — на 4 м, в результате площадь участка увеличилась на  $300 \text{ м}^2$ . Найдите площадь образовавшейся строительной площадки.
11. В двузначном числе разность кубов числа десятков и единиц равна 7. Число десятков на единицу больше числа единиц. Найдите это двузначное число.
12. Двузначное число в 4 раза больше суммы своих цифр, а квадрат разности цифр в 3 раза меньше самого числа. Найдите это число.
13. Найдите двузначное число, если количество единиц в нем на 4 больше количества десятков, а произведение искомого числа на сумму его цифр равно 90.
14. Сумма кубов цифр двузначного числа равна 91, а произведение суммы цифр на произведение цифр равно 84. Найдите это число.
15. Возраст деда выражен числом, которое при делении на произведение цифр даёт число 3 и в остатке 8, а возраст внука — числом, составленным из тех же цифр, но записанных в обратном порядке, которое при делении на произведение цифр даёт число 2 и в остатке 5. Определить возраст деда и возраст внука.
16. В контейнере находятся коробки и ящики общим числом более 16. Если вдвое увеличить количество коробок и на 20 — количество ящиков, то ящиков будет больше, чем коробок. Если же, не меняя количество коробок, удвоить количество ящиков, то их будет все-таки меньше, чем коробок. Сколько коробок было в контейнере?

30-0 ПЛ  
31-50 ЛП  
27-32 ПЛ  
28-46 ЛП  
29-45 ПЛ  
1-44 ЛП  
2-43 ПЛ  
3-42 ЛП  
4-41 ПЛ  
5-40 ЛП  
6-39 ПЛ  
7-38 ЛП  
8-37 ПЛ  
9-36 ЛП  
10-35 ПЛ  
11-34 ЛП  
12-33 ПЛ  
13-26 ЛП  
14-25 ПЛ  
15-24 ЛП  
16-23 ПЛ  
17-22 ЛП  
18-21 ПЛ  
19-20 ЛП

**Задача:** Три числа, сумма которых равна 78, образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Их можно рассматривать как первый, третий и девятый члены арифметической прогрессии. Найдите наибольший из этих чисел.

Решение:

18. Два плотника, работая вместе, могут выполнить задание за 36 часов. Производительности труда первого и второго плотников относятся как 3:4. Плотники договорились работать поочередно. Какую часть этого задания должен был выполнить второй плотник, чтобы всё задание было выполнено за 69,3 часа?

	Количество работы за 1 час	Время , часов	Работа, часть
1-ая швея	$\frac{1}{x}=3k$	x	1
2-ая швея	$\frac{1}{y}=4k$	y	1

	Количество работы за 1 день	Время , дней	Работа, часть
1-ая швея	3k	36	108k
2-ая швея	4k	36	144k

$$108k+144k=1 \quad 152k=1 \quad k=1/152$$

$$\frac{1}{x}=3/152 \quad \frac{1}{y}=4/152$$

	Количество работы за 1 день	Время , дней	Работа, часть
1-ая швея	3/152	t	3t/152
2-ая швея	4/152	69,3-t	4(69,3-t)/152

16. Токарь и его ученик, работая одновременно, обычно выполняют задание за 5 часов. При этом производительность труда токаря в 3 раза выше производительности ученика. Получив такое же задание и работая по очереди, они справились с заданием за 8 часов работы. Какую часть задания выполнил ученик токаря?

	Количество работы за 1 час	Время , часов	Работа, часть
--	----------------------------	---------------	---------------

ученик	$\frac{1}{x}$	x	1
токарь	$\frac{1}{y} = 3 * \frac{1}{x}$	y	1

	Количество работы за 1 час	Время , часов	Работа, часть
ученик	$\frac{1}{x}$	5	5/x
токарь	$\frac{1}{y} = 3 * \frac{1}{x}$	5	15/x

**X=20**

	Количество работы за 1 час	Время , часов	Работа, часть
ученик	$\frac{1}{20}$	t	t/20
токарь	$\frac{3}{20}$	8-t	3*(8-t)/20

**t= 2**



**Для заметок**