

Тема: Размещение.

Цели: научить решать задачи .

### План урока

1. Организационный момент (5 мин.)
2. Повторение пройденной темы (10 мин )
3. Объяснение новой темы (10 мин.)
4. Решение задач и примеров на закрепление темы ( 20 мин.)
5. Подведение итогов урока ( 3 мин.)
6. Домашнее задание ( 2 мин. )

### Ход урока

#### I. Организационный момент.

Проверка наличия домашней работы; сформулировать цели и тему урока.

#### II. Устные упражнения.

Сам. работа на 10 мин.

2. Вычислите:

а)  $\frac{100!}{99!} - \frac{47!}{46!}$ ;

б)  $3P_2 + 2P_4 - P_3$ .

3. Сколько различных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр 0, 3, 4, 8?

#### III. Объяснение новой темы.

1 Дать определение размещения Записать в тетради.

Вывод формулы

Соединения, отличающиеся друг от друга составом элементов или их порядком, каждое из которых содержит  $k$  элементов, взятых из  $n$  различных элементов, называют *размещениями из  $n$  элементов по  $k$  ( $k < n$ )*.

Другими словами, из  $n$  элементов выбирают  $k$  элементов и размещают их на  $k$  позиций. Число размещений из  $n$  элементов по  $k$  обозначают символом  $A_n^k$  (читается:  $A$  из  $n$  по  $k$ ).

#### Пример 1

Рассмотрим три элемента  $a, b, c$  и выделим две позиции (два места). Будем размещать эти элементы на два места, учитывая порядок следования элементов.

Получаем размещения:  $ab, ba, ac, ca, bc, cb$ . Число этих размещений  $A_3^2 = 6$ .

Получим формулу для вычисления числа размещений  $n$  элементов по  $k$  ( $k < n$ ), т. е.  $A_n^k$ .

Опять учтем комбинаторное правило умножения. На первое место можно поставить любой из  $n$  элементов, на второе место — любой из оставшихся  $(n - 1)$  элементов и т.д. Тогда на  $k$ -е место можно поставить любой из  $n - (k - 1) = n - k + 1$  оставшихся элементов.

Получаем:  $A_n^k = n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$ . Удобнее записать эту формулу в другом виде. Для этого умножим и разделим правую часть равенства на  $(n - k)!$  Получаем:

$$A_n^k = \frac{n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1) \cdot (n-k)!}{(n-k)!} =$$
$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-k)(n-k+1) \cdot \dots \cdot (n-1)n}{(n-k)!} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Итак, имеем  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

Очевидно, что при  $k = n$  размещения можно рассматривать как перестановки и  $A_n^n = P_n = n!$  (учтено, что  $0! = 1$ ).

### Пример 2

Сколько существует трехзначных чисел, в которых цифры различные и нечетные?

Нечетных цифр пять: 1, 3, 5, 7, 9. Их надо разместить на три позиции. Поэтому количество искомых чисел равно числу размещений:

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60.$$

### Пример 3

Сколько трехзначных чисел с различными цифрами можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5?

Из шести данных цифр можно составить  $A_6^3$  чисел, но среди них будут и трехзначные числа, начинающиеся с нуля (чего, естественно, быть не может). Посчитаем количество таких чисел. В них на первом месте стоит ноль. Значит, на оставшиеся две позиции размещают оставшиеся пять цифр. Поэтому таких чисел будет  $A_5^2$ . Следова-

тельно, искомым чисел можно получить:  $A_6^3 - A_5^2 = \frac{6!}{(6-3)!} - \frac{5!}{(5-2)!} =$   
 $= \frac{6!}{3!} - \frac{5!}{3!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 - 4 \cdot 5 = 120 - 20 = 100.$

Записать формулы и Рассмотреть примеры 1, 2, 3 записать в тетради.

**Запомните: При размещений имеет значение порядок выбора. (цифры поменяли местами число меняется)**

**IV. Решение задач на закрепление темы.**

№754,755, 757,758, 759,763.

**Повторение.**

№ 766(a) - решение у доски, с объяснением.

**V. Итоги урока.**

Повторение алгоритма построения графиков с одной переменной.

**VI. Домашнее задание:** п. 12, № 756, 762,766б.

## Тема (п. 33): Сочетания

## Цели:

## План урока

1. Организационный момент (5 мин.)
2. Повторение пройденной темы (10 мин.)
3. Объяснение новой темы (15 мин.)
4. Решение задач и примеров на закрепление темы (10 мин.)
5. Подведение итогов урока (3 мин.)
6. Домашнее задание (2 мин.)

## Ход урока

## I. Организационный момент.

Проверка наличия домашней работы; сформулировать цели и тему урока.

Вопросы учащихся по домашней работе, выборочная проверка домашней работы.

## II. Устные упражнения.

## III. Изучение нового материала.

Соединения, отличающиеся друг от друга, по крайней мере, одним элементом, каждое из которых содержит  $k$  элементов, выбранных из  $n$  различных элементов, называют *сочетаниями из  $n$  элементов по  $k$* . Порядок следования элементов не важен.

Число сочетаний из  $n$  элементов по  $k$  обозначают символом  $C_n^k$  (читается:  $C$  из  $n$  по  $k$ ).

**Пример 1**

Рассмотрим три элемента  $a, b, c$  и выделим две позиции (два места). Будем расставлять эти элементы на два места независимо от порядка их следования. Получаем сочетания:  $ab, ac, bc$ . Число этих сочетаний  $C_3^2 = 3$ .

Получим формулу для вычисления числа сочетаний  $n$  элементов по  $k$  ( $k \leq n$ ), т. е.  $C_n^k$ .

Получим формулу для вычисления числа сочетаний  $n$  элементов по  $k$  ( $k \leq n$ ), т. е.  $C_n^k$ .

Допустим, имеется множество, содержащее  $n$  элементов, и из его элементов составлены все возможные сочетания по  $k$  элементов. Число таких сочетаний равно  $C_n^k$ . В каждом таком сочетании можно выполнить  $P_k$  перестановок. В результате получим все размещения, которые можно составить из  $n$  элементов по  $k$  (их число равно

$A_n^k$ ). Получили равенство  $A_n^k = C_n^k \cdot P_k$ , откуда  $C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k}$ .

Используя формулу для  $A_n^k$  и  $P_k$ , имеем:  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

### **Пример 2**

Сколькими способами можно составить расписание на вторник, если изучается 10 предметов и должно быть 6 уроков (порядок уроков не важен)?

Используем формулу для числа  $C_n^k$  сочетаний из  $n$  элементов по  $k$  и получим:  $C_{10}^6 = \frac{10!}{6!4!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{6! \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 7 \cdot 3 \cdot 10 = 210$  способов.

### **Пример 5**

У Кати есть 7 разных книг по математике, у Коли – 9 книг по физике. Сколькими способами они могут обменяться пятью книгами?

Катя может выбрать пять книг из семи  $C_7^5 = \frac{7!}{5!2!} = 21$  способом,

Коля (независимо от Кати) может выбрать пять книг из девяти

$C_9^5 = \frac{9!}{5!4!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 126$  способами.

Итого возможных вариантов обмена:  $C_7^5 \cdot C_9^5 = 21 \cdot 126 = 2646$ .

## **IV. Закрепление изученного материала.**

Решить №768, 770, 772, 774, 776а, 779а, 781.

## **V. Домашнее задание : решить № 769, 771, 773, 776б, 778, 780.**

**Запомните: При сочетаний не имеет значение порядок выбора.**

***(составление букета из различных цветов. Сколько различных букетов можно создать из семи цветов по три в каждом)***