

ГБУ ДПО Республики Марий Эл «Марийский институт образования»

РАССМОТРЕНО
на заседании
Научно-методического совета
Протокол № 3 от «20» июня 2025 г. .



УТВЕРЖДАЮ
Ректор института
Л.А. Овчинникова
«20» июня 2025 г.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПРОГРАММА ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

«Методика подготовки обучающихся к ЕГЭ по математике»

Количество часов – 18

Форма обучения – очная

Программу разработал: Х.Г. Ларионова, заведующий кафедрой
гуманитарного образования

Принята на заседании кафедры гуманитарного образования
(протокол № 4 от 16.04. 2025 г.)

Йошкар-Ола
2025

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дополнительная профессиональная программа «Методика подготовки обучающихся к ЕГЭ по математике» предназначена для реализации на курсах учителей математики, преподающих предмет в старшей школе. В программу включена спецификация и примерный вариант контрольно-измерительных материалов государственной итоговой аттестации по математике 2025 года. Также в программу включен кодификатор элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся, освоивших образовательные программы среднего общего образования. Тематика разделов программы, соответствует основным темам школьного курса математики, проверяемым на ЕГЭ.

Программа разработана в соответствии с Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 24.03.2025 г. №266 «Об утверждении порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным профессиональным программам»; Методическими рекомендациями по разработке основных профессиональных образовательных программ и дополнительных профессиональных программ с учетом соответствующих профессиональных стандартов» (утв. Минобрнауки России 22.01.2015 №ДЛ-1/05вн); Профессиональным стандартом педагога, утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18.10. 2013 г. № 544н., Методическими рекомендациями по оцениванию выполнения заданий ЕГЭ с развернутым ответом по математике. Также в программе учтены требования обновленного федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (утвержден приказом Минпросвещения России №732 от 12 августа 2022 года) и федеральной рабочей программы по математике базового и профильного уровней от 2023 года.

Для каждой темы учебного плана предусмотрены задания базового уровня, а также задания из части 2 экзаменационных вариантов. В каждой теме предусмотрено выполнение тестовых заданий, контрольных работ. Программа способствует эффективной систематизации у педагогов знаний при подготовке обучающихся к ЕГЭ.

Актуальность: обусловлена необходимостью ознакомления учителей математики со спецификацией государственной итоговой аттестации и предоставления им практического материала для подготовки к итоговой аттестации учащихся в тестовой форме. Программа разработана на основе экзаменационных тестовых заданий экзамена 2025 года.

В качестве итоговой работы предлагается решение тестовых заданий, предназначенных для подготовки к ЕГЭ. Структура каждого варианта отвечает задачам построения системы дифференцированного обучения учащихся. В дополнение к данному варианту предлагается ряд заданий для проведения оценки выполненных заданий учащимися на экзамене.

Цель: формирование компетенций учителей по использованию в практической деятельности формата, спецификации и демоверсии государственной итоговой аттестации в форме ЕГЭ по математике при подготовке учащихся к экзамену; повышение качества преподавания и профессионального мастерства учителей математики в вопросах методики и практики подготовки к экзамену.

Задачи:

- ознакомить с особенностями структуры ЕГЭ по математике 2025 года;
- провести анализ изменений КИМ по сравнению с КИМом предыдущего года;
- разобрать по уровням сложности задания всех разделов экзамена;
- провести тренинг учителей по методике подготовки учащихся к экзамену по разным разделам;
- проанализировать типичные ошибки и трудности, возникающие в процессе подготовки к экзамену;
- ознакомить с критериями оценивания всех разделов и провести практикум по оцениванию заданий;
- отследить влияние ЕГЭ на методику обучения математике в школе;
- минимизировать методические ошибки в работе педагогов при проведении занятий по учебному предмету «Математика»; стимулировать педагогов к необходимости повышения уровня самообразования;
- готовить учителя к работе по формированию метапредметных умений учащихся при подготовке к экзамену;
- научить учителей оценивать задания экзамена, используя общие и дополнительные шкалы оценивания всех разделов.

Формы и методы изучения программы: данная программа предполагает курс лекций и практических занятий, а также контрольные работы.

Целевая аудитория: учителя математики, работающие в 10-11-х классах общеобразовательной школы.

Сроки реализации программы: программа рассчитана на 18 часов аудиторных занятий. Из них лекции 2 часа, практические занятия 16 часов. Срок реализации программы – 3 дня.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

В основу обучения по данной программе положен Профессиональный стандарт «Педагог» (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденный Приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18.10.2013 г. № 544/н (ред. от 05.08.2016)

Трудовая функция	Трудовое действие	Знать	Уметь
Общепедагогическая функция. Обучение	Осуществление профессиональной деятельности в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	Элементы содержания программы учебного предмета «Математика», соответствующие базовому и повышенному уровню изучения предмета; структуру и типологию предметных результатов среднего общего образования, зафиксированных в заданиях в формате ЕГЭ по математике базового и профильного уровней	Решать задачи различного уровня сложности ЕГЭ по математике для определения вероятных затруднений обучающихся, для осуществления контроля и оценки результатов обучения по соответствующему содержательному разделу курса математики. Определять основные затруднения обучающихся при написании развернутого ответа для выявления и корректировки затруднений в обучении.

УЧЕБНЫЙ ПЛАН

№ п\п	Наименование разделов	Всего (часов)	Аудиторные занятия		
			Лекции	Практические занятия	Форма контроля
1.	Спецификация и демонстрационный вариант ЕГЭ по математике 2025 года. Структура экзаменационной работы	1	1		контрольн. вопросы
2.	Анализ результатов ЕГЭ по математике 2024 года	1	1		контр. работа
3.	Уравнения и неравенства. Выбор методов решения	2		2	ПР
4.	Текстовые задачи повышенного уровня сложности. Алгоритм построения математической модели текстовых задач	2		2	ПР
5.	Задачи на моделирование по разделу «Теория вероятностей и статистики»	2		2	ПР

6.	Решение геометрических задач	2		2	ПР
7.	Задачи с параметрами	2		2	ПР
8.	Решение задач с развернутым ответом	2		2	ПР
9.	Критериальное оценивание заданий с развернутым ответом			2	ПР
10.	Подготовка и защита итоговой работы	2		2	Итоговая контрольная работа
	ИТОГО:	18	2	16	

КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

Календарные дни						
1	2	3	4	5	6	7
Л, ПЗ, ТК	Л, ПЗ, ТК	ПЗ, ИА	В	В	В	В

Обозначения: Л – лекции, ПЗ – практические занятия, СР – самостоятельная работа, ТК – текущий контроль, ИА – итоговая аттестация, В – выходные.

ОРГАНИЗАЦИОННО - ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

Отличительными особенностями дополнительной профессиональной программы повышения квалификации является ориентация на компетентностный подход, позволяющий развивать и наращивать необходимые компетентности для решения профессиональных задач. Учебный материал курса разбит на отдельные, относительно завершённые содержательные разделы.

Каждый раздел создает целостное представление об определенной предметной области. Разделы объединяют учебное содержание и технологию проработки заданий КИМ ЕГЭ по предмету «Математика».

В ходе освоения содержания дополнительной профессиональной программы используются образовательные технологии, предусматривающие различные методы и формы изучения материала (лекции, практические занятия, практикумы).

Программой предусматриваются информационные, проблемные, диалоговые лекции. Лекции в форме диалога активизируют мыслительную и познавательную деятельность слушателей. Во время такой лекции поясняется содержание рассматриваемого раздела, а затем совместно разбираются и обсуждаются проблемные вопросы. Практические занятия (практикумы) направлены на развитие творческого мышления слушателей и формирование практических умений и навыков использования КИМ ЕГЭ при подготовке учащихся к государственному итоговому экзамену.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

1. Лекция (1ч.) Спецификация и демонстрационный вариант ЕГЭ по математике 2025 года. Структура экзаменационной работы.

Назначение КИМ ЕГЭ по математике. Документы, определяющие содержание КИМ. Характеристика структуры и содержания КИМ. Содержание экзаменационных заданий по математике. Состав разделов КИМ базового и профильного уровней, соответствующие проверке на базовом и повышенном уровнях. Распределение заданий КИМ по уровням сложности. Умения учащихся при выполнении заданий базовой математической компетентности. Характеристика параметров элементов содержания. Проверяемые умения учащихся. Особенности заданий профильного уровня и их назначение. Дифференциация заданий по уровням сложности. Типы заданий каждого раздела. «Сложные» задания каждого раздела. Система оценивания заданий разного уровня сложности в разделах. Специфика оценивания заданий с развернутым ответом. Общие подходы к формированию и использованию критериев оценивания. Шкала перевода результатов ЕГЭ в отметку. Разбор заданий демоверсии ЕГЭ и анализ возможных изменений. Общие черты ОГЭ и ЕГЭ. Слушателям предлагаются контрольные вопросы.

2. Лекция (1ч.) Анализ результатов ЕГЭ по математике 2024 года.

На занятии используется пособие «Результаты государственной итоговой аттестации выпускников 2024 года общеобразовательных учреждений Республики Марий Эл по образовательным программам среднего общего образования в форме ЕГЭ», изданный ГБУ Республики Марий Эл «ЦИТОКО». Рассматриваются вопросы об уровне подготовленности учащихся к ЕГЭ по математике. Ознакомление слушателей со средними показателями по республике. Уровень освоения образовательного стандарта по математике. Анализируются показатели по всем модулям. Обсуждаются наиболее «сложные» задания и как учащиеся с ними справились. Приводятся примеры наиболее трудных для учащихся заданий. Выявляются «зоны» наибольшего внимания педагогов, на что необходимо обратить при подготовке учащихся. Представляется информация по отдельным районам. Характеризуется общий уровень учебных достижений учащихся. В конце занятия проводится рефлексия со слушателями с использованием алгоритма. Слушатели предлагают алгоритм по подготовке учащихся к ЕГЭ и определяют первоочередные мероприятия.

3. Практическое занятие (2 ч.) Уравнения и неравенства. Выбор методов решения.

Содержательные основы решения уравнений и неравенств: понятия «уравнение» и «неравенство», их виды, область допустимых значений переменных (уравнения и неравенства) и способы её нахождения. Равносильные уравнения и неравенства. Основные методы решения

уравнений и неравенств (методический обзор). Метод интервалов. Метод равносильного перехода при решении уравнений и неравенств. Отбор корней (различные методы и приёмы).

Практическая работа: практикум по решению задач (обсуждение различных подходов к решению уравнений и неравенств, выявление особенностей различных методов, их преимуществ и недостатков).

4. Практическое занятие (2 ч.) Текстовые задачи повышенного уровня сложности. Алгоритм построения математической модели текстовых задач.

Практическая работа: понятие математической модели реального процесса или явления. Теоретические основы применения методов математического моделирования реальных экономических процессов: основные виды экономических процессов (планирование и оптимизация производств, ценообразование, кредитование, рост банковских вкладов), их характеристики и основные законы. Обучение приёмам поиска решения задач. Алгоритмы построения математической модели текстовой задачи. Задачи с экономическим содержанием: математические модели, интерпретация ответа на вопрос задачи.

5. Практическое занятие (2 ч.) Задачи на моделирование по разделу «Теория вероятностей и статистики».

Практическая работа: планируемые результаты обучения математике в области решения задач содержательного раздела «Вероятность и статистика» и их отражение в структуре КИМ государственной итоговой аттестации в форме ЕГЭ. Теоретические основы решения задач содержательного раздела «Вероятность и статистика», методы решения, типичные ошибки и приёмы их устранения. Решение задач из содержательного раздела «Вероятность и статистика» ЕГЭ для определения вероятных затруднений обучающихся и стратегии выстраивания пропедевтики и корректировки трудностей в обучении.

6. Практическое занятие (2 ч.) Решение геометрических задач.

Теоретические основы решения планиметрических и стереометрических задач повышенного уровня сложности. Задачи на вычисление и доказательство. Система работы учителя по обоснованию геометрического чертежа как средство повышения графической культуры школьников. Особенности изображения пространственных фигур на чертежах геометрических задач. Решение геометрических задач на доказательство и вычисление.

7. Практическое занятие (2 ч.) Задачи с параметрами.

Практическая работа: теоретические основы решения заданий с параметрами: понятия «параметр», «задачи с параметром», «решения задачи с параметром», классификация задач с параметрами, некоторые методы

решения задач с параметрами (функциональный, графический, замены переменной и др.). Решение различных заданий с параметрами.

8. Практическое занятие (2 ч.) Решение задач с развернутым ответом. Решение математических задач повышенной сложности ЕГЭ по математике профильного уровня. Технологии решения задач повышенной сложности по теме «Числа и выражения». Анализ и решение задач повышенной сложности по теме «Уравнения и неравенства». Анализ и решение задач повышенной сложности по теме «Функции». Технологии решения геометрических задач повышенной сложности.

9. Практическое занятие (2 ч.) Критериальное оценивание заданий с развернутым ответом.

Практическая работа: общие научно-методические подходы к проверке и оценке выполнения заданий с развёрнутым ответом. Методика оценивания ответов экзаменуемых на основе разработанных критериев с примерами характерных ответов и типичных ошибок. Самостоятельная работа: типичные ошибки в экзаменационных работах выпускников при выполнении заданий с развёрнутым ответом. Подходы к решению нестандартных ситуаций.

10. Подготовка и защита итоговой работы (итоговая контрольная работа 2 ч.)

ФОРМЫ АТТЕСТАЦИИ И СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ ТЕКУЩЕГО, ПРОМЕЖУТОЧНОГО И ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ

Текущий контроль

Раздел программы Спецификация и демонстрационный вариант ЕГЭ по математике 2025 года. Структура экзаменационной работы.

Форма: контрольные вопросы

Описание, требования к выполнению: тестирование по контрольным вопросам с целью выявления исходного уровня и образовательного запроса по вопросам предметной и методической подготовки учителей математики.

Критерии оценивания: соответствие ответа на вопрос эталону правильного ответа. Тест считается выполненным на высоком уровне (75-100%), достаточном (60-74 %), низком, если слушатели выполнили менее 60% заданий теста.

Примеры заданий

1. Что является объектом контроля и оценивания в КИМ ЕГЭ по математике?
2. Из каких разделов состоит КИМ по математике?
3. Какого уровня сложности задания в каждом разделе?
4. Назовите содержание проверяемых умений в каждой части раздела КИМ по математике.
5. Какие типы заданий представлены в каждой части раздела КИМ?
6. Какими параметрами характеризуется каждое задание базового уровня?
7. Какие формы ответа предусмотрены в заданиях базового уровня?
8. Какими параметрами характеризуется каждое задание повышенного уровня?
9. Какие формы ответа предусмотрены в заданиях повышенного уровня?
10. Какие задания в каждом разделе вы считаете самыми «сложными» и почему?
11. Какое значение имеет итоговое повторение за курс средней школы по математике?
12. Какой алгоритм повторения материала вы бы предложили учителям?

Раздел программы Анализ результатов ЕГЭ по математике 2024 года.

Форма: контрольная работа

Описание, требования к выполнению: слушатели предлагают алгоритм по подготовке учащихся к ЕГЭ и определяют первоочередные мероприятия.

Критерии оценивания: по каждому из четырех направлений необходимо назвать не менее 3 характеристик. Эффективность задания определяется по формуле: не менее 50 % выполнения.

Примеры заданий: *Организация повторения.*

На этом этапе необходимо разработать план подготовки к ЕГЭ, который должен включать в себя список ключевых тем для повторения. Это позволит параллельно с изучением нового материала системно повторить пройденное ранее (используемый материал из открытого банка заданий ФИПИ).

При повторении решения задач нужно добиваться от учеников осмысления каждого шага решения, требовать от них ссылок на соответствующие правила, формулы, чтобы у учащихся формировались ассоциации.

Особое внимание в преподавании математики следует уделить регулярному выполнению упражнений, развивающих базовые математические компетенции школьников (умение читать и верно понимать условие задачи, решать практические задачи, выполнять арифметические действия, простейшие алгебраические преобразования, действия с

основными функциями и т.д.). Включить примеры серии «найди ошибку в решении», «проверь полученный ответ подстановкой в уравнение (систему)» и т.д.

Организация и проведение мониторингов.

Мониторинг по математике включает в себя не только диагностические работы в формате ЕГЭ, но и регулярные срезы знаний. Основная цель подобных работ – оперативное получение информации о качестве усвоения определенных тем, анализ типичных ошибок и организация индивидуальной работы с учащимися по устранению пробелов в знаниях. Доводить до сведения родителей результаты таких работ и срезов, что, в свою очередь, благоприятно скажется на дальнейшем процессе обучения. Диагностические работы на уровне образовательной организации (1 раз в месяц) Диагностические работы на уровне муниципального района (декабрь, апрель). Тематические работы. Зачеты по теоретическому материалу за курс основной школы. Мониторинг усвоения базовых знаний (1 раз в месяц)

Разделы 3,4,5,6,7,8,9 программы представлены заданиями из Методических материалов для председателей и членов предметных комиссий субъектов Российской Федерации по проверке выполнения заданий с развёрнутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ 2025 года (ФИПИ, Авторы: И.В. Ященко, А.В. Семенов, А.С. Трепалин, М.А. Черняева).

Задание 13

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта <i>a</i> и пункта <i>b</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Задача 13 (демонстрационный вариант ЕГЭ 2025 г.)

а) Решите уравнение

$$2\sin^3 x = \sqrt{2}\cos^2 x + 2\sin x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\sin x \cdot (1 - \cos^2 x) - \sqrt{2}\cos^2 x - 2\sin x = 0;$$

$$2\sin x - 2\sin x \cdot \cos^2 x - \sqrt{2}\cos^2 x - 2\sin x = 0;$$

$$2\sin x \cdot \cos^2 x + \sqrt{2}\cos^2 x = 0; \cos^2 x \cdot (2\sin x + \sqrt{2}) = 0.$$

Значит, $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$,

$n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

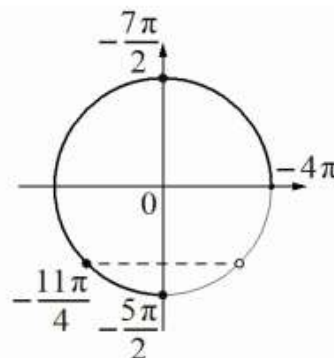
б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Получим числа: $-\frac{7\pi}{2}$; $-\frac{11\pi}{4}$; $-\frac{5\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

$$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

$$\text{б) } -\frac{7\pi}{2}; -\frac{11\pi}{4}; -\frac{5\pi}{2}.$$



2. Критерии проверки и оценка решений задания 14

Задание 14 — стереометрическая задача, она разделена на пункты *а* и *б*. В пункте *а* нужно **доказать** геометрический факт, в пункте *б* найти (вычислить) геометрическую величину.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>а</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>а</i> и при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>а</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i> с использованием утверждения пункта <i>а</i> , при этом пункт <i>а</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Задача 14 (демонстрационный вариант ЕГЭ 2025 г.)

В правильном тетраэдре $ABCD$ точки M и N — середины рёбер AB и CD соответственно. Плоскость α перпендикулярна прямой MN и пересекает ребро BC в точке K .

а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна рёбрам AB и CD .

б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α , если известно, что $BK = 1$, $KC = 3$.

Решение.

а) В треугольнике ANB имеем: $AN = BN = \frac{\sqrt{3}}{2}CD$.

Следовательно, он равнобедренный с основанием AB , а его медиана NM перпендикулярна ребру AB .

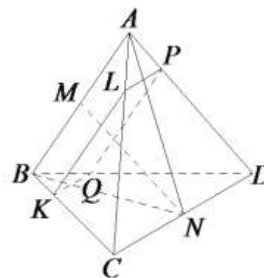
Аналогично прямая MN перпендикулярна ребру CD .

б) Плоскость α , перпендикулярная прямой MN , параллельна прямым AB и CD , поскольку эти прямые перпендикулярны прямой MN .

Обозначим точки пересечения рёбер AC , AD и BD с

плоскостью α через L , P и Q соответственно. Тогда четырёхугольник $KLPQ$ является прямоугольником, поскольку его стороны KL и PQ параллельны ребру AB , стороны KQ и LP параллельны ребру CD , а прямые AB и CD перпендикулярны.

Треугольники KCL и KBQ равносторонние. Следовательно, $KL = KC = 3$, $KQ = BK = 1$, а площадь прямоугольника $KLPQ$ равна $KL \cdot KQ = 3$.



Ответ: б) 3.

Задача 15 (демонстрационный вариант ЕГЭ 2025 г.)

Решите неравенство $\frac{\log_2(2-x) - \log_2(x+1)}{\log_2 x^2 + \log_2 x^4 + 1} \geq 0$.

Решение.

Запишем исходное неравенство в виде:

$$\frac{\log_2(2-x) - \log_2(x+1)}{\log_2 x^2 + 2\log_2 x^2 + 1} \geq 0; \frac{\log_2(2-x) - \log_2(x+1)}{(\log_2 x^2 + 1)^2} \geq 0.$$

Значение знаменателя $(\log_2 x^2 + 1)^2$ не определено при $x = 0$, равно нулю при

$x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ и при $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ и положительно при других значениях x .

При $x \neq -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x \neq 0$ и $x \neq \frac{\sqrt{2}}{2}$ неравенство принимает вид:

$$\log_2(2-x) - \log_2(x+1) \geq 0; \log_2(x+1) \leq \log_2(2-x); 0 < x+1 \leq 2-x,$$

откуда $-1 < x \leq \frac{1}{2}$. Учитывая условия $x \neq -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x \neq 0$ и $x \neq \frac{\sqrt{2}}{2}$, получаем:

$$-1 < x < -\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2} < x < 0; 0 < x \leq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \left(-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right); \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right); \left(0; \frac{1}{2}\right].$$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки $\frac{1}{2}$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Задача 16 (демонстрационный вариант ЕГЭ 2025 г.)

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите r .

Решение. По условию долг (в тыс. рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться следующим образом:

800; 680; 560; 440; 320; 200; 160; 120; 80; 40; 0.

Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$. Тогда последовательность размеров долга (в тыс. рублей) по состоянию на январь такова:

$800k$; $680k$; $560k$; $440k$; $320k$; $200k$; $160k$; $120k$; $80k$; $40k$.

Следовательно, платежи (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$800k - 680$; $680k - 560$; $560k - 440$; $440k - 320$; $320k - 200$;

$200k - 160$; $160k - 120$; $120k - 80$; $80k - 40$; $40k$.

Значит, сумма всех платежей (в тыс. рублей) будет составлять:

$$5(560k - 440) + 5(120k - 80) = 3400k - 2600.$$

Получаем: $3400k - 2600 = 1480$, откуда $k = 1,2$ и $r = 20$.

Ответ: 20.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Задача 17 (демонстрационный вариант ЕГЭ 2025 г.)

Пятиугольник $ABCDE$ вписан в окружность. Известно, что $AB = CD = 3$, $BC = DE = 4$.

а) Докажите, что $AC = CE$.

б) Найдите длину диагонали BE , если $AD = 6$.

Решение.

а) В четырёхугольнике $ABCD$ острые углы ACB и CAD опираются на равные хорды AB и CD . Следовательно, $\angle ACB = \angle CAD$, а значит, прямые BC и AD параллельны. Аналогично прямые CD и BE параллельны.

Значит, четырёхугольники $ABCD$ и $BCDE$ являются равнобедренными трапециями. Следовательно, $AC = BD = CE$.

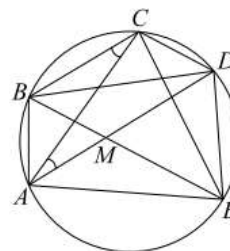
б) Обозначим точку пересечения диагоналей AD и BE через M . Четырёхугольник $BCDM$ является параллелограммом, поскольку его противоположные стороны параллельны. Значит: $BM = CD = AB = 3$, $DM = BC = DE = 4$. Следовательно, треугольники ABM и MDE равнобедренные, причём $\angle BAM = \angle AMB = \angle DME = \angle DEM$.

Значит, эти треугольники подобны с коэффициентом подобия $\frac{DE}{AB} = \frac{4}{3}$, откуда получаем:

$$ME = \frac{DE}{AB} \cdot AM = \frac{DE}{AB} \cdot (AD - DM) = \frac{8}{3};$$

$$BE = BM + ME = \frac{17}{3}.$$

Ответ: б) $\frac{17}{3}$.



Задание № 17 — это планиметрическая задача. В пункте *a* нужно **доказать** геометрический факт, в пункте *б* – найти (вычислить) геометрическую величину.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Задача 18 (демонстрационный вариант ЕГЭ 2025 г.)

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Решение.

Каждое решение уравнения $(x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0$ либо является решением уравнения $x - y + 3 = 0$, откуда $y = x + 3$, либо является решением системы:

$$\begin{cases} x^2 - 5x - y + 3 = 0, \\ x - y + 3 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x^2 - 5x + 3, \\ y \leq x + 3; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x^2 - 5x + 3, \\ x^2 - 5x + 3 \leq x + 3; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x^2 - 5x + 3, \\ x^2 - 6x \leq 0, \end{cases}$$

откуда $y = x^2 - 5x + 3$ при условии $0 \leq x \leq 6$.

Для каждого из этих случаев подставим $y = 3x + a$ и найдём количество корней получившегося уравнения в зависимости от a .

Первый случай: $3x + a = x + 3$, откуда $x = \frac{3-a}{2}$.

Второй случай: $3x + a = x^2 - 5x + 3$ при условии $0 \leq x \leq 6$. Получаем квадратное уравнение $x^2 - 8x - a + 3 = 0$. Дискриминант этого уравнения равен $64 + 4(a - 3) = 4(a + 13)$. Значит, уравнение $x^2 - 8x - a + 3 = 0$ имеет два корня при $a > -13$, имеет единственный корень $x = 4$ при $a = -13$ и не имеет корней при $a < -13$.

При $a > -13$ функция $f(x) = x^2 - 8x - a + 3$ принимает наименьшее значение при $x = 4$, и это значение отрицательно. Следовательно, больший корень уравнения $f(x) = 0$ удовлетворяет условию $0 \leq x \leq 6$ тогда и только тогда, когда $f(6) \geq 0$; $-a - 9 \geq 0$, откуда $a \leq -9$.

Аналогично меньший корень уравнения $f(x)=0$ удовлетворяет условию $0 \leq x \leq 6$ тогда и только тогда, когда $f(0) \geq 0$; $-a+3 \geq 0$, откуда $a \leq 3$.

Число $\frac{3-a}{2}$ является корнем квадратного уравнения $f(x)=0$

при $\left(\frac{3-a}{2}\right)^2 - 4(3-a) - a + 3 = 0$, откуда

$$\left(\frac{a-3}{2}\right)^2 + 3(a-3) = 0; (a-3)(a+9) = 0,$$

то есть при $a=3$ и при $a=-9$.

Таким образом, исходная система уравнений имеет ровно два различных решения при $a=-13$; $-9 \leq a < 3$.

Ответ: $a=-13$; $-9 \leq a < 3$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только исключением / включением точек $a=-9$ и / или $a=3$	4
С помощью верного рассуждения получен промежуток $(-9; 3)$ множества значений a , возможно, с включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	3
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения параболы и прямых (аналитически или графически)	2
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	1
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только исключением / включением точек $a=-9$ и / или $a=3$	0
Максимальный балл	4

Итоговый контроль

Форма: контрольная работа

Описание, требования к выполнению: контрольная работа содержит 5 заданий с развернутым ответом КИМ ЕГЭ по математике. На выполнение контрольной работы отводится 2 часа.

Критерии оценивания:

- 1) наличие развернутого решения задачи;
- 2) правильность хода решения;
- 3) правильность хода решения и результата решения;

Итоговая работа будет зачтена при правильном выполнении 75% заданий.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ДИДАКТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММЫ

Нормативные документы

1. Приказ Минпросвещения России от 12.08.2022 №732 «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413
2. Федеральная рабочая программа среднего общего образования. Математика. Базовый уровень. М., 2023.
3. Федеральная рабочая программа среднего общего образования. Математика. Углублённый уровень. М., 2023.
4. Приказ Минпросвещения России, Рособрнадзора №233/552 от 04.04.2023 г. "Об утверждении Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования".

ЛИТЕРАТУРА

1. Высоцкий И.Р., Яценко И.В. ЕГЭ 2021. Математика. Теория вероятностей. Задача 4 (профильный уровень). Задача 10 (базовый уровень). Рабочая тетрадь / Под ред. И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2021. – 64 с.
2. Малкова А.Г. Математика: задания высокой и повышенной сложности / А.Г. Малкова. – Ростов н/Д: Феникс, 2019. – 221 с.
3. Шевкин А.В. Математика. Трудные задания ЕГЭ. Задачи с параметром: учебное пособие для общеобразовательных организаций: профильный уровень / А.В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2020. – 96 с.
4. Яценко И.В., Высоцкий И.Р., Семенов А.В. Математика. Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности. Как получить максимальный балл. – Интеллект-Центр, 2023. – 192 с.
5. Шевкин А.В. Математика. Трудные задания ЕГЭ. Задачи с кономическим содержанием: учебное пособие для общеобразовательных организаций: профильный уровень / А.В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2020. – 80 с.